

THÈSE

PRÉSENTÉE

À L'UNIVERSITÉ DE BESANÇON
FACULTÉ DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES

POUR OBTENIR

LE DIPLOME DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PAR

Pierre-Yves BAURES

INGÉNIEUR DE L'ÉCOLE SUPÉRIEURE D'OPTIQUE

TRAITEMENT DE CLICHÉS AÉRIENS PAR UNE MÉTHODE ANALOGIQUE/DIGITALE
APPLICATION A LA RECHERCHE DE CADASTRATIONS ROMAINES

SOUTENUE LE

1977

, DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN :

MM. J.-Ch. VIÉNOT

Professeur à l'Université de Franche-Comté.

Président

P. LÉVÊQUE

Professeur à l'Université de Franche-Comté,
Président de l'Université.

S. LOWENTHAL

Professeur à l'Ecole Supérieure d'Optique,
Université de Paris.

G. E. LOWITZ

Ingénieur responsable du traitement d'images,
Société MATRA.

J. DUVERNOY

Chargé de recherche au CNRS.

Examineurs

THÈSE
PRÉSENTÉE À L'UNIVERSITÉ DE MONTREAL
FACULTÉ DES SCIENCES ET DES TECHNOLOGIES
LE DIPLOME DE DOCTORAT GÉNÉRAL
Digitized by the Internet Archive
in 2026
UNIVERSITÉ DE MONTREAL
BIBLIOTHÈQUE
1105 AVENUE J. J. LÉVESQUE
MONTREAL, QUEBEC H3T 1J6
CANADA

THÈSE

PRÉSENTÉE

À L'UNIVERSITÉ DE BESANÇON
FACULTÉ DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES

POUR OBTENIR

LE DIPLOME DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PAR

Pierre-Yves BAURES

INGÉNIEUR DE L'ÉCOLE SUPÉRIEURE D'OPTIQUE

TRAITEMENT DE CLICHÉS AÉRIENS PAR UNE MÉTHODE ANALOGIQUE/DIGITALE
APPLICATION A LA RECHERCHE DE CADASTRATIONS ROMAINES

SOUTENUE LE , DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN :

MM. J.-Ch. VIÉNOT	Professeur à l'Université de Franche-Comté.	Président
P. LÉVÊQUE	Professeur à l'Université de Franche-Comté, Président de l'Université.	} Examinateurs
S. LOWENTHAL	Professeur à l'Ecole Supérieure d'Optique, Université de Paris.	
G. E. LOWITZ	Ingénieur responsable du traitement d'images, Société MATRA.	
J. DUVERNOY	Chargé de recherche au CNRS.	

THÈSE

PRÉSENTÉE

À L'UNIVERSITÉ DE BESANÇON
FACULTÉ DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES

Pour l'obtention

DU DIPLOME DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Philippe-Yves BAURES

INGÉNIEUR DE L'ÉCOLE SUPÉRIEURE PROTHIQUE



TRAITEMENT DE CLICHÉS AÉRIENS PAR UNE MÉTHODE ANALOGIQUE
APPLICATION À LA RECHERCHE DE CATASTROPHES ROMAINES

Présentée à l'Université de Besançon

le 12 mai 1973

Président

Professeur à l'Université de Besançon

MM. J.-C. VIÉNOT

Professeur à l'Université de Besançon
Rapporteur de l'Université

P. LEVÉQUE

Professeur à l'Université de Besançon
Rapporteur de l'Université

S. LOWENTHAL

Professeur à l'Université de Besançon
Rapporteur de l'Université

G. E. LOWITZ

Chargé de recherches à Besançon

J. DUVERNOY

Président : Monsieur LEVEQUE Pierre

FACULTE DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES

DOYEN

Mr GALATRY Louis : Physique Moléculaire
Professeur

ASSESSEURS

Mr BLAISON Jean : Géologie-Minéralogie
Maître-Assistant

Mr PARIZET Jean : Mathématiques
Professeur

PROFESSEURS

Mrs CHATELET François : Mathématiques
MESNAGE Pierre : Chronométrie
PERROT Roger : Chimie Générale
PLUVINAGE Philippe : Physique Théorique
CHALEAT Raymond : Mécanique Appliquée
BERNARD Jean : Chimie-Physique
RIPPLINGER Jean : Physiologie Animale
GREMILLARD Jean : Mathématiques
VIENOT Jean-Charles : Physique Gle-Optique
THIEBAUT Jean : Pétrographie Minéralogie
GOMOT Lucien : Zoologie et Embryologie
THEOBALD J.Gérard : Spectroscopie Hertzienne
CERUTTI Ernest : Chimie Appliquée
DEVIN Claude : Chimie 1er cycle
CAPODANNO Pierre : Mécanique Théorique
BANTEGNIE Robert : Mathématiques
ROBERT Daniel : Physique Moléculaire
ROBERT Jacques : Mathématiques I
CHAUVE Pierre : Géologie Minéralogie
RANGHEARD Yves : Géologie
BIDAULT Michel : Taxonomie Expérimentale

PROFESSEURS SANS CHAIRE

Mrs POTIER Robert : Physique des Solides
REAL Pierre : Ecologie Animale
GOUARNE René : Mathématiques
MERIGOUX Henri : Cristallographie et
Synthèses Minérales
OLIVIER Marcel : Electronique Quantique
MONTAGNER Hubert : Psychophysiologie
BULABOIS Jean : Physique Gle-Optique
GAUDEMER Yves : Biochimie
LAUDE Bernard : Chimie Organique
MIELLOU Jean-Claude : Analyse Numérique
ROBERT Guy : Electrochimie

DOYENS HONORAIRES

Mrs GLANGEAUD, JACQUEMAIN, CHATELET,
THIEBAUT, BERNARD

PROFESSEURS HONORAIRES

Mrs BAILLAUD, THIRY, TRILLAT,
UEBERSFELD, VINCENSINI, TRONCHET,
THEOBALD N., QUANTIN.

MAITRE DE CONFERENCES HONORAIRE

Mr GRANIER

MAITRES DE CONFERENCES

Mrs DUBOUCHET Jacques : Botanique
WEIL Michel : Mathématiques
BROQUET Paul : Géologie
GRAS Georges : Mathématiques
TREHEL Michel : Informatique
MILLET Bernard : Botanique
BENILAN Philippe : Mathématiques
COUGNARD Alain : Ecologie
Végétale

RESPONSABLE DES SERVICES ADMINISTRATIFS

Mr RUNGE Jean-Marie

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Physique Générale et Optique grâce au soutien financier du C.N.R.S.

Je tiens particulièrement à remercier Monsieur le Professeur Viénot, Directeur de ce laboratoire, de m'avoir permis, au sortir d'une école d'ingénieur de "goûter" à la Recherche telle qu'elle se pratique à l'Université.

Le sujet de cette thèse a été proposé par les chercheurs du Centre de Recherches d'Histoire Ancienne de l'Université de Besançon ; il est donc naturel que Monsieur le Professeur Livêque, Directeur de ce Centre donne son avis sur les résultats obtenus en participant au jury.

Monsieur le Professeur Lowenthal, de l'Institut d'Optique, a bien voulu venir juger un de ses anciens élèves ; je le remercie pour l'intérêt qu'il montre ainsi à ce travail.

Les travaux de Monsieur Lowitz, de la Société Matra, m'ont ouvert l'esprit sur certains aspects particuliers de la statistique. Qu'il soit remercié ici pour l'honneur qu'il me fait de participer à mon jury.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur Duvernoy, Chargé de Recherches au C.N.R.S. Sans lui ce travail n'aurait pu voir le jour : il a su m'initier, me guider avec calme et patience tout au long de ces trois ans passés au laboratoire, le tout dans un esprit de sympathie et de confiance le plus ouvert.

Je tiens également à remercier Monsieur Favory du Centre d'Histoire pour sa collaboration.

La réalisation noir sur blanc d'une thèse est une sorte de puzzle auquel ont participé et je les en remercie : Mesdames A. Didillon, J. Lepin, C. Bainier pour la frappe, L. Bonnot pour les planches offset, Monsieur A. Ligier pour le tirage et l'ensemble du laboratoire pour l'esprit qui l'anime.

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
PRÉSENTATION ET MODÉLISATION DU PROBLÈME	5
1 - DONNÉES ARCHÉOLOGIQUES	
- OBJECTIFS DE RECHERCHE	5
- NATURE ET LIMITE DES METHODES MISES EN OEUVRE JUSQU 'A CE JOUR	6
- STRUCTURES APPARENTES	6
- LE CAS DU TERRITOIRE GAULOIS	7
- CONCLUSION	10
2 - SPECTRE DE FOURIER D'UNE CADASTRATION BIEN CONSERVÉE	10
3 - CADASTRATION LACUNAIRE	11
4 - CADASTRATION PRÉSENTANT DES VARIATIONS DE PERIODICITÉ	12
CHAPITRE I - TRAITEMENT ANALOGIQUE OPTIQUE DES CLICHÉS AÉRIENS	13
1.1. TRANSFORMATION DE FOURIER OPTIQUE	14
1.2. APPLICATIONS À LA SÉLECTION DES CADASTRATIONS DANS LES CLICHÉS AÉRIENS	17
1.2.1. CRITERES DE SELECTION	17
1.2.2. REALISATION DU FILTRAGE	19
APPENDICE : REALISATION D'UN SUPPORT DE DIAPOSITIVE MOBILE EN ROTATION ET COMMANDE A DISTANCE	21
1.3. REMARQUES ET CONCLUSIONS	22

CHAPITRE II - ANALYSE STATISTIQUE DES CLICHÉS AÉRIENS	24
II.1. TRANSFORMATION DE KARHUNEN-LOÈVE	24
II.1.1. DESCRIPTION STATISTIQUE DES DONNEES ET TRANSFORMATION DE KARHUNEN-LOEVE	25
II.1.2. CAS DES CLICHES AERIENS	27
II.2. FORMALISME MATHÉMATIQUE DE LA TRANSFORMATION DE KARHUNEN-LOÈVE	28
II.2.1. MOYENNE ET MATRICE DE COVARIANCE	29
II.2.2. PROPRIETES DE LA BASE DES VECTEURS PROPRES DE LA MATRICE DE COVARIANCE	33
II.2.3. APPLICATION DES PROPRIETES DE LA BASE DES VECTEURS PROPRES EN RECONNAISSANCE DES FORMES	39
II.3. TRAITEMENT STATISTIQUE DE CLICHÉS AÉRIENS PAR TRANSFORMATION DE KARHUNEN-LOÈVE	40
II.3.1. SAISIE DES DONNEES	42
II.3.2. ANALYSE STATISTIQUE DES DIRECTIONS DANS LA BASE DES FREQUENCES SPATIALES	44
<i>a - Montélimar 033</i>	44
<i>b - Orange 007</i>	45
PREMIERES CONCLUSIONS	46
II.3.3. ANALYSE STATISTIQUE DES FREQUENCES SPATIALES DANS LA BASE DES DIRECTIONS	47
<i>a - Montélimar 033</i>	47
<i>b - Orange 007</i>	48
<i>c - Conclusion</i>	48

II.4. CONVERSION DIGITALE/ANALOGIQUE DES RÉSULTATS :	
FILTRAGE STATISTIQUE ADAPTÉ	49
II.4.1. FILTRAGE DES DIRECTIONS DANS LA BASE DES FREQUENCES	50
II.4.2. FILTRAGE DES FREQUENCES SPATIALES DANS LA BASE DES DIRECTIONS	51
II.4.3. RESULTATS	52
CONCLUSION	53
REMARQUE	53
CHAPITRE III - ÉTUDE DE LA STABILITÉ STATISTIQUE DE LA CLASSIFICATION	54
III.1. CRITÈRES DE STABILITÉ STATISTIQUE	56
III.1.1. CRITERE DE STABILITE DE L'ECHANTILLONNAGE	56
<i>a - Traitement des résultats de mesure</i>	57
<i>b - Critère de Lowitz</i>	58
III.2. APPLICATION AUX CLICHÉS AÉRIENS	61
III.2.1. CLICHE MONTELIMAR 033	61
<i>a - Stabilité statistique du spectre de Fourier</i>	61
<i>b - Stabilité des valeurs propres</i>	62
III.2.2. CLICHE ORANGE 007	63
<i>a - Stabilité statistique du spectre de Fourier</i>	63
<i>b - Stabilité des valeurs propres</i>	63
III.2.3. CONCLUSION	64

III.3. ESTIMATION DES VARIABLES UTILES	65
III.4. ESTIMATION DES VALEURS PROPRES ET VECTEURS PROPRES DOMINANTS	67
III.5. CONCLUSION	70
CONCLUSION GÉNÉRALE	71

ANNEXE

1ère étape : VÉRIFICATION DE LA MÉTHODE

2ème étape : RÉALISATION

LA VALLÉE DU RHONE

LES TERRITOIRES DE BÉZIERS ET NARBONNE

CONCLUSION

INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'origine de ce travail remonté à un contrat d'ATP "Traitement des Images" du CNRS qui marquait la volonté de développer une recherche pluridisciplinaire. Il semblait que les méthodes analogiques du traitement optique de l'information étaient susceptibles de permettre une exploitation de la couverture aérienne du Sud de la France à des fins de recherche archéologique. Le filtrage des fréquences spatiales est une méthode opérationnelle depuis longtemps, largement utilisée dans certains secteurs (pour le traitement de données géophysiques par exemple). Ici le but était de mettre à la disposition de l'archéologue une possibilité d'analyse systématique de certains paramètres morphologiques des structures agraires (essentiellement les directions moyennes de leur orientation et les périodicités éventuelles). On pensait ainsi pouvoir séparer les vestiges de cadastration romaine et la cadastration actuelle. Les aspects de recherche en traitement d'image ne figuraient pas au premier plan de cette opération à laquelle le CNRS jugeait pourtant utile d'allouer une bourse de Docteur-Ingénieur : une étude à caractère plus répétitif que prospectif pouvait déboucher sur une thèse si les retombées le justifiaient, du point de vue de la recherche archéologique.

Les filtrages optiques ont porté sur plusieurs centaines de clichés aériens : quelques résultats marquants sont présentés en annexe. Ainsi ce qui a mobilisé une part importante du temps ne sera-t-il pas restitué dans ce mémoire. En effet, si la mise en oeuvre de traitements simples n'acquiert de signification que par la masse des données analysées, quelques cas se sont présentés où le filtrage ne conduisait à aucune conclusion, alors que des indices, par exemple collectés sur le terrain, laissaient espérer un résultat. L'information présente dans le cliché ne pouvait pas être extraite par voie purement analogique et il était nécessaire de recourir à des moyens d'analyse statistique adéquats. On rejoignait par là une recherche en cours de développement au laboratoire

Page 1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

100-100000-1

portant sur les procédures de type hybride, optiques/digitales. Un traitement unidimensionnel était appliqué au cas des écritures. Le thème de ce mémoire concerne l'étude et la mise en oeuvre d'une analyse hybride bidimensionnelle applicable aux clichés aériens ou, plus généralement, aux données optiques dont la nature ne permet pas une réduction à des caractéristiques unidimensionnelles.

Le but d'une telle approche est de combiner les avantages respectifs des traitements optiques et digitaux. Les premiers saisissent les images sous une forme éventuellement peu élaborée (négatifs photographiques) avec une résolution qui n'est limitée que par la diffraction. Une quantité d'information considérable - qui échapperait à toute digitalisation - est alors disponible. Les opérations effectuées couramment utilisent la transformation de Fourier optique qui conduit à la représentation du spectre bidimensionnel de l'image, sous forme de répartition d'amplitude lumineuse complexe dans le plan focal d'un objectif. Des filtrages classiques sont réalisés à ce niveau pour couper ou sélectionner des bandes de fréquences spatiales. Ils se traduisent par des modifications du contraste des éléments constituant l'image, par la sélection ou le renforcement de directions ou de périodicités. Ils sont applicables en temps réel sur des collections d'images et leur simplicité ne doit pas masquer cet intérêt. Des filtres de fréquences spatiales plus élaborés - filtres hologrammes, éventuellement synthétisés sur ordinateur ou induits dans un matériel effaçable - conduisent à la détection de signaux par corrélation. Le corrélateur optique⁽¹⁾, dispositif à double diffraction où l'image à traiter est adressée dans le plan d'entrée, le filtre placé dans le plan intermédiaire et où le résultat est affiché dans le plan de sortie, est l'instrument typique du traitement analogique optique des images. Les opérations qu'il offre sont pratiquement toutes linéaires (addition et multiplication de spectres de Fourier, corrélation et convolution d'images) si l'on excepte les effets de saturation du support photographique lors de l'enregistrement des hologrammes. La forme la plus

élaborée du traitement consiste dans la production de fonctions d'intercorrélation entre signaux optiques. A ce stade le traitement optique cesse d'être efficace, puisque les études optiques sur les degrés de ressemblance⁽²⁾ entre formes voisines ont demandé un traitement statistique à posteriori de ces réponses d'intercorrélation. Le besoin d'opérateurs statistiques - et également logiques - s'est fait sentir de façon plus impérieuse dès qu'il s'est agi de procéder à des études de reconnaissance et de classification de signaux optiques dont la forme, les dimensions et l'amplitude varient simultanément⁽³⁾.

Pour résumer, les avantages principaux du traitement optique sont dans la saisie d'images à pleine résolution, dans la réalisation instantanée de transformation de Fourier et dans le caractère systématique et routinier de ces opérations.

Ces avantages représentent ce qui manque souvent au traitement digital pour aborder l'étude de données sur des cas concrets tels que collections de pages manuscrites ou de photographies aériennes à pleine résolution. L'association des deux approches montre une utilité si les capacités de l'optique à saisir les images sont pleinement exploitées par l'ordinateur qui intervient à la suite. A cet effet il faut résoudre le problème de la sélection de l'information utile dans la masse d'éléments résolus par l'optique. Il n'y a pas de règle générale, mais des exemples précis (écriture, photo aérienne) ont mis en évidence l'efficacité d'une modélisation de l'information contenue dans les images. Ainsi la définition de la fonction de transfert en fréquences spatiales du système optique équivalent à un scripteur permet elle d'adopter l'échantillonnage du spectre de Fourier de la page manuscrite à la recherche d'une fonction continue. Le nombre de mesures nécessaires pour déterminer cette fonction à une approximation polynomiale donnée est de l'ordre de grandeur du degré de développement. Par rapport au nombre de points indépendants dans ce spectre, tel qu'il est donné par le théorème de Shannon, le gain est de plusieurs ordres de grandeur. Cette extraction de caractéristiques réalise la compression de l'information nécessaire

à l'entrée des données sur ordinateur. Le cas présenté ici est une généralisation de ce principe pour les spectres de Fourier bidimensionnels. L'information fournie a priori sur la structure de la cadastration romaine conduit à rechercher un spectre de réseau bidimensionnel comme caractéristique spectrale. La réduction du nombre de mesures à effectuer découle de cette modélisation. L'intervention de procédures digitales de classification et d'estimation d'images est d'autant plus indispensable qu'ici le rapport signal/bruit est très faible, la cadastration romaine subsistant à l'état lacunaire.

Ce mémoire expose deux aspects complémentaires du traitement des clichés aériens. Le premier chapitre rappelle le principe du traitement analogique par filtrage optique, présente le dispositif utilisé pour l'exploitation systématique des collections de cliché. Le deuxième chapitre décrit la méthode hybride mise en oeuvre sur quelques cas de clichés particulièrement difficiles à analyser optiquement. La transformation de Karhunen-Loève appliquée aux données échantillonnées dans le spectre de Fourier du cliché sépare différentes classes de directions associables à des cadastrations distinctes, au moyen des vecteurs propres dominants de la matrice de covariance des données. Une méthode nouvelle de visualisation des résultats de cette classification est proposée : les vecteurs propres jouent le rôle de filtre de Fourier dans un corrélateur classique qui fournit des images optimales - du point de vue de la séparation des classes en présence - à partir du cliché considéré.

Le fait de traiter des spectres bidimensionnels met en avant la question d'un nombre relativement élevé de données à manipuler. Différentes méthodes d'estimation des valeurs propres et des vecteurs propres de la matrice de covariance à partir de petits groupes de données sont proposées. Elles reposent sur une étude de la dimensionalité intrinsèque des spectres de Fourier, c'est-à-dire du nombre minimum de variables indépendantes (exprimées comme combinaisons linéaires de fréquences spatiales) qui rend compte de l'essentiel des fluctuations de ces spectres. Cette dimensionalité est calculable à partir des mesures de la stabilité statistique des données échantillonnées dans les spectres et des vecteurs propres correspondants.

PRÉSENTATION ET MODÉLISATION DU PROBLÈME

1.- DONNEES ARCHEOLOGIQUES

Cette présentation est extraite du rapport d'ATP "Traitement des Images" : Etude morphologique des structures de l'exploitation rurale dans les colonies romaines de la Gaule méridionale.

OBJECTIFS DE RECHERCHE

Il s'agit essentiellement de la reconnaissance des structures agraires antiques - centuriation romaine, organisation préromaine - dans l'organisation actuelle du parcellaire et du réseau des voies de communication (éléments matérialisés dans le paysage agraire, donc visibles dans une photographie aérienne).

Qu'est-ce qu'une centuriation ? Elle répond à un souci d'exploitation et d'organisation méthodique d'un territoire, dans le cadre de l'expansion impérialiste romaine : c'est un véritable réseau géométrique de coordonnées tracées sur le terrain. Après avoir jalonné deux axes perpendiculaires - le *decumanus maximus* et le *cardo maximus* - l'arpenteur romain traçait une série de parallèles équidistantes, matérialisées au sol - comme tous les morcellements - par des chemins, des fossés, des alignements de pierres.

Les divisions obtenues étaient dites centuries - le plus souvent de 2400 pieds de côté, soit environ 710 m - et comportaient elles-mêmes des subdivisions, en général géométriques (1) (voir figure 1)

(1) Cf. A. PIGANOL, *Les documents cadastraux de la colonie romaine d'Orange*, XVI^e suppl. à *Gallia*, CNRS, Paris 1962, chapitre III, p. 37 sq. ; R. CHEVALLIER, *L'avion à la découverte du passé*, Paris 1964, p. 128 sq..

dimensions

ACTUS :: 35m x 35m

JUGERE :: 35m x 70m

HEREDIUM :: 35m x 140 m ou 70m x 70m

LATERCULUS :: 355m x 355m

CENTURIE :: 710m x 710m



éléments de base du cadastre romain

Figure 1

L'hypothèse de travail : ce type de cadastre a continué d'organiser l'espace agraire bien au-delà de la période antique, et perdure sous forme de traces dans le parcellaire et le réseau des voies rurales actuels.

I) - NATURE ET LIMITE DES MÉTHODES MISES EN OEUVRE JUSQU'À CE JOUR

Structures apparentes

Les recherches sur la centuriation se sont développées avec le progrès de la cartographie, mais c'est l'examen systématique de la couverture aérienne qui permit la réalisation de relevés de cadastres fossiles : grâce à la vision d'ensemble qu'elle offre, elle permet de percevoir avec le recul le rythme des unités de base - les centuries, soit 50 ha/unité -.

C'est ainsi que l'utilisation de la photographie aérienne a permis de retrouver la trace de centuriations antiques dans plusieurs régions du monde romain (figures 2 à 5) : il convient de rappeler :

- les travaux de J. Baradez en Afrique du Nord (2)
- les recherches de Ch. Saumagne, R. Chevallier et A. CAILLEMER (3) en Tunisie ;
- l'ouvrage de J. Bradford, qui présente les cadastres révélés par la prospection aérienne en Italie et en Dalmatie (4).

Tous ces résultats ont contribué à mettre en valeur l'outil irremplaçable qu'est la photographie aérienne.

(2) *Fossatum Africae, Recherches aériennes sur l'organisation des confins sahariens à l'époque romaine*, Paris 1949, cf. p. 178 et 187 (centuriation et irrigation).

(3) Les centuriations de l'"Africa Vetus", *Annales ESC*, 1954, p. 433-460 ; R. CHEVALLIER, *op. cit.*, p. 132-133 et cliché, p. 131 ; *Atlas des centuriations romaines de Tunisie*, IGN, Paris 1954.

(4) *Ancient Landscapes*, Londres 1957.

Région Sud de Henchir Ben Hassine
(Tunisie centrale)



Une centurie romaine (A,B,C,D),
concernée dans le tracé des
routes.

Traces de divisions internes
(E-F et G-H). La Marsa à côté
de Carthage.

(Nord de la Tunisie)



Clichés tirés de J. Bradford

Figure 2

Centuriations de la vallée du Pô
(Italie)

Région de Cesena (A). En B, la rivière Savio ; en C et D, la Via Aemilia : ils constituent la frontière entre la zone centuriée et les contreforts non-centuriés des Apennins.



Contacts entre deux cadastres différemment orientés : la rivière Musone constitue la frontière.

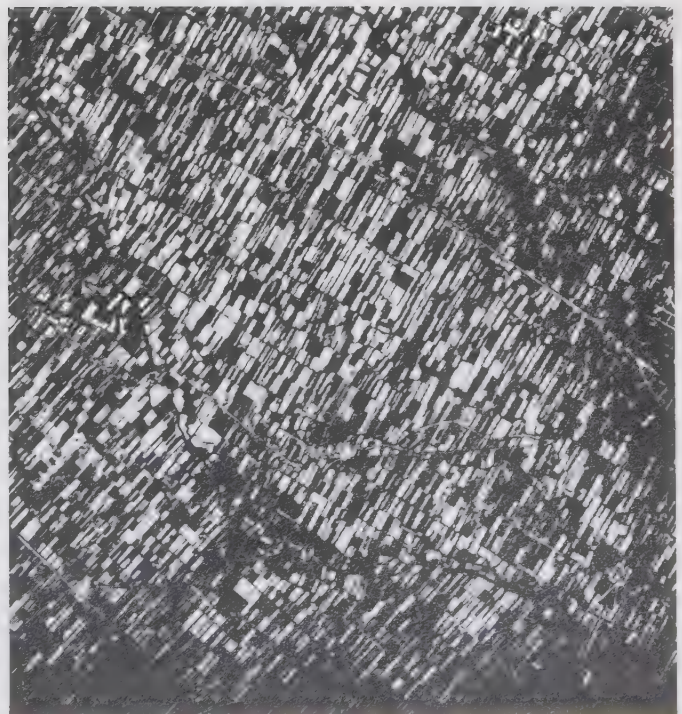


Figure 3

Iskia près de Pola



Ile de Hvar : le cadastre persiste dans le réseau routier et les murs de pierre.



Figure 4

Région de Zara



Région de Zara (centuries
divisées en carrés égaux).



Le cas du territoire gaulois

Jusqu'à ce jour, le sol gaulois n'a pas révélé de traces d'une organisation systématique de grands espaces ; on ne recense pas de structures apparentes nettes, comme en Tunisie, en Italie, en Dalmatie etc...

- Déjà en 1934, A. Grenier, dans son *Manuel d'Archéologie gallo-romaine*, VI, 2ème partie, p. 19 sq. et 690 sq., signale ce problème : tout en s'étonnant qu'il n'y ait pas d'exemple de centuriation sur le sol français comme en Italie ou en Tunisie, il appelle les historiens et archéologues à en rechercher les traces.

Des cartes d'Etat-Major...

- En 1940, A. Déléage s'interroge sur le parallélisme et la perpendicularité des chemins ruraux dans la plaine de la Saône, qui semblent être organisés par les voies départementales et nationales. L'émergence d'un réseau en damier le conduit à évoquer l'hypothèse d'une centuriation de cette région et à rechercher - à partir de cartes d'Etat-Major - les chemins de la centuriations (*limites*), en fonction des renseignements fournis par les arpenteurs romains. Il conclut sur un appel à rechercher les traces d'éventuelles centuriations en France (5).

- En 1944, A. Meynier, spécialiste de géographie agraire pose la question d'une centuriation en Bretagne, à partir du parallélisme des chemins ruraux et d'un certain nombre de limites parcellaires : il relie ces observations au tracé de la voie romaine et fait apparaître le rythme périodique des chemins perpendiculaires à cette voie (équidistance de 710 m) : il constate l'influence de la cadastration sur l'implantation de l'habitat (6).

(5) Le réseau des chemins ruraux dans la plaine chalonnaise et la centuriation romaine, *Mémoires de la Société d'Histoire et d'Archéologie de Châlon/Saône* XXIX, 1940, p. 144-151.

(6) Traces de cadastres romains en Armorique, *CRAI*, 1944, p. 413-422.

- L. Musset, à partir de l'étude du site et du plan de plusieurs paroisses au XIème siècle en Normandie, s'interroge sur la survivance de lignes d'arpentage et d'organisation agraire de l'époque gallo-romaine. Constatant le parallélisme des voies routières, il analyse l'orientation des chemins ruraux articulés sur ces voies, et met en valeur un quadrillage systématique. Selon lui, on a à l'évidence des traces, sinon d'une centuriation, du moins d'un arpentage antique : des chemins ruraux et les limites des paroisses sont tracés en fonction des voies romaines, formant un réseau orienté parallèlement et perpendiculairement à celles-ci (7).

- P. Lebel, qui étudie la voie Agrippa, nie la possibilité d'une centuriation dans la plaine de la Saône aux environs de Dijon (8).

... aux photographies aériennes :

- M. Guy, en 1954-55, est le premier à rechercher des traces de centuriation en France d'après les photographies aériennes (9) : analysant le territoire de la colonie de Narbonne et son contact avec celui de Béziers, il fait apparaître l'organisation géométrique des chemins parallèles, équidistants de 710 m, et propose des divisions entre centuries et à l'intérieur de centuries. Il met en valeur le rôle organisateur de la *via Domitia*.

- En 1958, A. Grenier présente l'analyse de J. Bradford, à partir de photographies aériennes, concernant la colonie de Valence (France) (10). L'examen de clichés aériens permet de reconnaître l'organisation interne de la ville antique et de son territoire, à partir du réseau routier et du dessin du parcellaire. Il rappelle que Bradford se

(7) Arpentage antique en Normandie, *RA*, 27-28, 1947, p. 31-51.

(8) Bornes, centuriations et cantonnements le long de la voie de Lyon au Rhin, *RAE*, I, 1950, p. 154-161.

(9) Traces du cadastre romain de quelques colonies de la Narbonnaise, *Etudes Roussillonnaises*, IV, n° 3, 1954-55, p. 217-237 ; vues aériennes montrant la centuriation de la colonie de Narbonne, *Gallia*, XIII, 1955, p. 103-108.

(10) La centuriation romaine de la colonie de Valence, *Gallia*, 16, 1958, p. 281-284 ; J. BRADFORD, *Ancient Landscapes*, p. 206, pl. 50 ; p. 207, fig. 20 ; p. 211.

propose de rechercher les traces de centuriations de la colonie d'Orange, dont le cadastre vient d'être découvert et dont la publication commence à être assurée par J. Sautel et A. Piganiol (11).

- J. Braun se propose - à partir de clichés aériens et de cartes au 1/20 000 - de rechercher des traces d'une centuriation dans une région (plaine d'Alsace) caractérisée par sa fécondité, son rôle de voie de passage que souligne un réseau routier très dense. L'analyse révèle un réseau orthogonal et assez régulier de routes et de chemins ruraux, en liaison avec un habitat qui a succédé à des implantations antiques : l'auteur conclut à l'existence d'un cadre général, organisateur du parcellaire, s'appuyant sur des voies antiques reconnues qui sont à l'origine des opérations de découpage géométrique (12).

- M. Guy analyse l'urbanisme de Béziers ainsi que son territoire et fait apparaître la quadrillage gallo-romain (13).

- Id., au *Colloque International d'Archéologie aérienne*, août-septembre 1963, présente un certain nombre de conclusions sur les centuriations de Narbonnaise et s'interroge sur l'hypothèse de la superposition d'un cadastre romain sur un cadastre grec, dans la région d'Agde (14).

- R. Chevallier montre l'intérêt de la photo-interprétation pour la mise en valeur de cadastres fossiles - dont les centuriations romaines - et renvoie à plusieurs exemples traités dans la revue *Photo-Interprétation* (15).

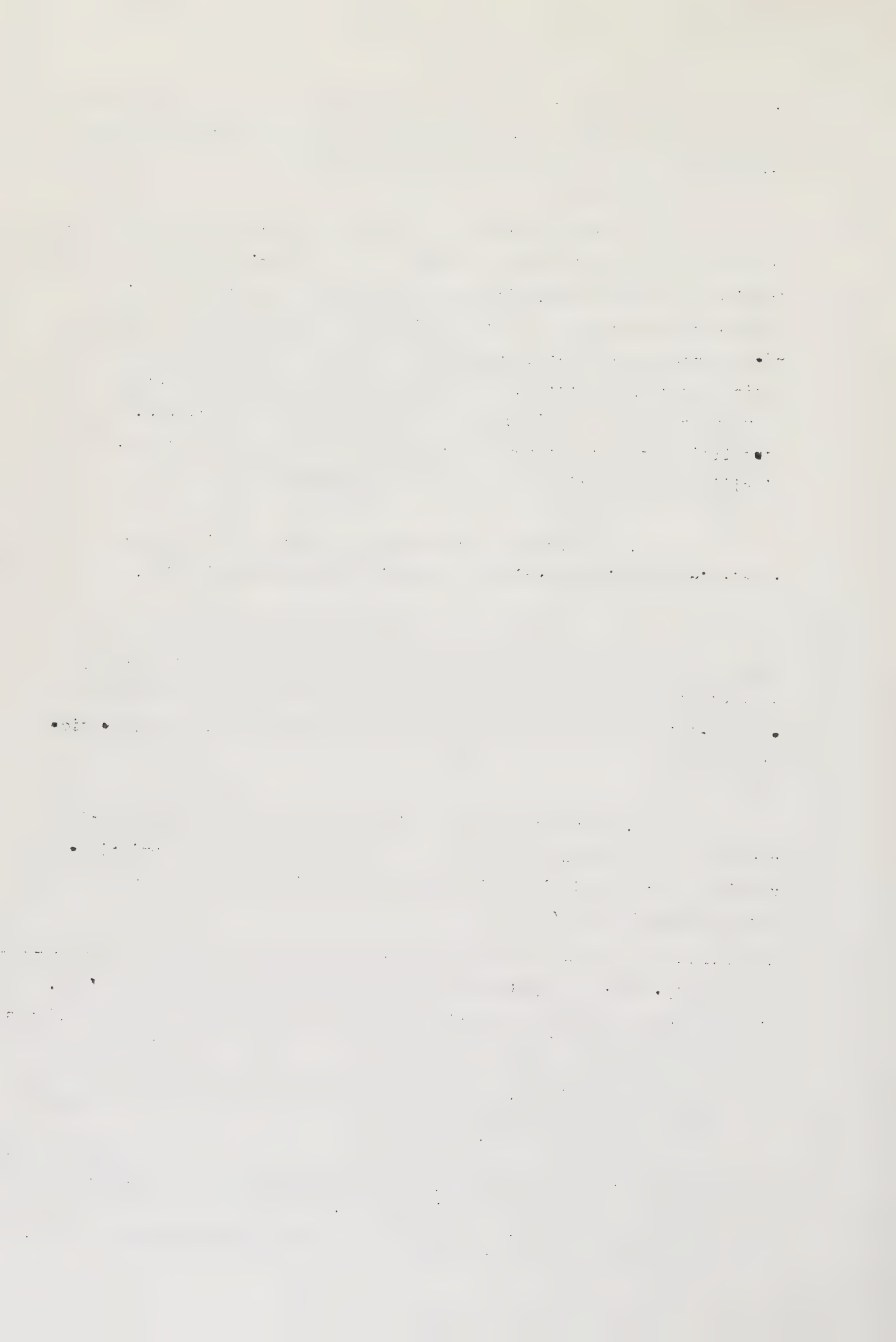
(11) Les inscriptions cadastrales d'Orange, *Gallia*, XIII, 1955, p. 6-39.

(12) Recherches sur la centuration romaine dans la plaine d'Alsace à l'Ouest de Strasbourg, *Mélanges archéologiques de l'Est*, XII, p. 51-55

(13) Méthode de découverte des centuriations romaines du Midi de la Gaule (colonie de Béziers), *Photo-Interprétation*, n°5/61, Paris 1961 ; Un cadastre romain à l'origine du plan de la ville de Béziers, *Photo-Interprétation* - n°2/62,8, Paris 1962.

(14) L'apport de la photographie aérienne à l'étude de la colonisation antique de la Province de Narbonnaise, *Colloque International d'Archéologie aérienne - Paris 1963* - Paris 1964, p. 117-124.

(15) La photo-interprétation archéologique, *Photo-Interprétation*, 1966, 1, p. 43-48.



Conclusion :

Les traces de centuriations existent donc encore dans le paysage actuel. La photographie aérienne nous livre à l'état brut l'organisation du territoire. A partir de ces documents l'historien se livrait à une patiente analyse purement visuelle dont le principal défaut est la lenteur. Ceci est particulièrement gênant dans la mesure où les résultats pour être significatifs doivent être nombreux.

Dans le langage du physicien le problème consiste à extraire un signal (la centuriation romaine) noyé dans le brut (l'organisation actuelle du territoire). Le signal possède des caractéristiques bien précises : c'est un signal périodique, bien conservé en ce qui concerne certains territoires (cf l'Italie), dégradé en ce qui concerne le territoire gaulois.

Les données historiques sont traduites en notations scientifiques, ce qui permet alors d'appliquer les théories universelles du traitement de l'information.

2. - SPECTRE DE FOURIER D'UNE CADASTRATION BIEN CONSERVEE

Le problème est traité à une dimension (x), pour alléger la présentation. La cadastration est représentée par un réseau de période p , dont les éléments sont de largeur 1 , s'étendant sur une longueur L . La fonction qui décrit ce réseau est :

$$M(x) = \text{rect}(x/L) \cdot \sum (x/p) \times \text{rect}(x/1), \text{ avec} \quad (1)$$

$\text{rect}(x/L) = 1$ si $0 < x < L$,

$= 0$ ailleurs, et la fonction "peigne" ;

$$\psi(x/p) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(x - kp),$$

$$k = -\infty$$

le symbole $\times$, désignant l'opération de convolution

La transformée de Fourier de cette expression s'écrit simplement :

$$R(u) : \text{sinc}(\pi u L) \times \psi(u p). \text{sinc}(\pi u l), \text{ avec} \quad (2)$$

$$\text{sinc}(\pi u L) = \sin(\pi u L) / \pi u L.$$

Elle rend compte d'un réseau, fonction de u , variable réciproque de x / de période $1/p$, dont les maximums sont élargis par convolution par le premier sinc (largeur efficace $1/L$) et modulé par le deuxième sinc , dont la largeur efficace est $1/l$. Ainsi, lorsque la dimension l est réduite et lorsque la dimension totale L est grande, la signature spectrale de la cadastration est elle constituée par un signal de période $1/p$. Les cadastrations réelles d'une part sont lacunaires, d'autre part ont une période fluctuant autour d'une valeur moyenne. L'influence de ces deux limitations est examinée.

3. - CADASTRATION LACUNAIRE

Le réseau n'existe plus que sur deux portions d'extension respective L_1 et L_2 . La transformée de Fourier devient :

$$R(u) : |\text{sinc}(\pi u L_1) + \text{sinc}(\pi u L_2). \exp \{j2\pi u \Delta\}| \times \psi(u p). \text{sinc}(\pi u l), \quad (3)$$

où Δ désigne la distance entre les centres des deux zones cadastrées. La largeur efficace du terme convoluant le peigne est alors celle du sinc le plus large, par exemple $1/L_2$. Dans ce cas, il y a élargissement des maxima du spectre de réseau, dans un rapport L/L_2 et affaiblissement de leur amplitude dans le rapport $(L_1 + L_2)/L$.

4. - CADASTRATION PRESENTANT DES VARIATIONS DE PERIODICITE

Supposons que la période p du réseau varie de façon gaussienne autour d'une valeur moyenne $\bar{p}$, avec un écart quadratique moyen σ . La probabilité de trouver un maximum du réseau décalé de ϵ par rapport à sa position déterminée sur un multiple de $\bar{p}$ est donnée par la convolution :

$$\text{prob}(x = k\bar{p} \pm \epsilon) = e^{\frac{-\epsilon^2}{2\sigma^2}} \times \left\{ \frac{1}{\sigma} \right\} \quad (4)$$

On sait que dans ce cas le spectre de Fourier de la répartition est donné⁽⁴⁾ par :

$$R(u) = \text{sinc}(\pi u L) \cdot (1 + \text{TF}(\text{prob})), \text{ soit} \quad (5)$$

$$R(u) = \text{sinc}(\pi u L) \times \left\{ \frac{1}{\sigma} \right\} \times \left| 1 = \exp \{-4\pi^2 u^2 \sigma^2\} \right| \cdot \text{sinc}(\pi u L) \quad (6)$$

Le défaut de périodicité se traduit donc par un élargissement des pics du réseau, qui dépend de l'écart quadratique moyen σ .

Les effets combinés du défaut de périodicité et du morcellement seront décrits en reportant l'équation (3) dans (6).

Le caractère bidimensionnel du réseau effectif équivalent à la cadastration revient à considérer ces effets sur deux axes perpendiculaires simultanément.

C H A P I T R E I

TRAITEMENT ANALOGIQUE OPTIQUE DES CLICHÉS AÉRIENS

Les techniques de Fourier et leur mise en oeuvre dans le traitement de l'information en optique cohérente sont suffisamment passées dans la pratique pour qu'il ne soit pas nécessaire d'en présenter un exposé détaillé ici. Seuls quelques éléments nécessaires à la description des opérations effectuées systématiquement sur les clichés aériens sont rappelés dans la suite.

Le modèle retenu pour définir l'information recherchée dans les clichés aériens consiste dans un réseau bidimensionnel dont la maille fait 710m de côté. Ce réseau est orienté suivant une direction déterminée. La cadastration moderne n'a pas de caractère périodique aussi marqué. Son orientation générale peut parfois coïncider avec celle de la cadastration romaine, particulièrement dans les régions où l'influence de cette dernière s'est transmise dans l'histoire. Périodicité et direction fournissent,

associées, un critère de détection de la cadastration romaine. Cependant le signal cherché est affecté d'un bruit qui a deux origines différentes : (a) le quadrillage de la cadastration romaine ne subsiste le plus souvent qu'à l'état de traces, ce qui rend difficile sa perception d'ensemble ; (b) la cadastration moderne couvre entièrement le cliché et ses éléments sont mieux marqués que ceux de la cadastration romaine. Le problème se pose donc en termes d'extraction d'un signal périodique noyé dans un bruit généralement plus intense. Les techniques adaptées, par exemple la détection par autocorrélation⁽⁵⁾, ont été établies pour le traitement du signal temporel. L'extension au cas bidimensionnel a été possible en optique par l'introduction du filtrage adapté⁽⁶⁾. Celui-ci, cependant, n'est véritablement opérationnel que pour la détection de signaux de dimensions limitées appartenant à un ensemble plus vaste. C'est, paradoxalement, l'application de techniques de filtrage plus élémentaires qui aboutit à la mise en évidence d'une structure d'ensemble sur toute l'étendue du cliché considéré. L'intérêt des techniques de Fourier apparaît ici : la description de l'information contenue dans le cliché en termes de fréquences spatiales est susceptible de montrer l'existence de zones, même disséminées, comportant une périodicité voisine, par des termes spectraux particulièrement intenses. Ils s'alignent sur un axe qui donne l'orientation de la périodicité.

1.1 TRANSFORMATION DE FOURIER OPTIQUE

Les lois de la diffraction indiquent qu'il existe une relation mathématique entre la répartition d'amplitude lumineuse $f(x,y)$ dans un plan et celle dans un plan situé à une distance $\underline{d}$, soit $g(x',y')$. Dans le cas plus général cette relation est une transformation de Fresnel qui s'écrit :

$$g(x',y') = \frac{-j}{\lambda d} \iint f(x,y) \exp \left\{ \frac{j2\pi}{\lambda d} \left[(x'-x)^2 + (y'-y)^2 \right] \right\} dx dy, \quad (1)$$

où λ désigne la longueur d'onde. Lorsque $\underline{d}$ tend vers l'infini, ou lorsque

la seconde répartition d'amplitude est observée dans le plan focal image d'une lentille convergente de longueur focale $\underline{f}$, cette relation devient une transformation de Fourier, définie par :

$$F(u,v) = \iint f(x,y) \exp\{-j2\pi(ux + vy)\} dx dy, \quad (2)$$

où $\underline{u}$ et $\underline{v}$ désignent les fréquences spatiales, reliées aux coordonnées $(\underline{x}', \underline{y}')$ du plan focal image par :

$$\begin{array}{l} u = \frac{x'}{\lambda f} \\ v = \frac{y'}{\lambda f} \end{array} \quad (3)$$

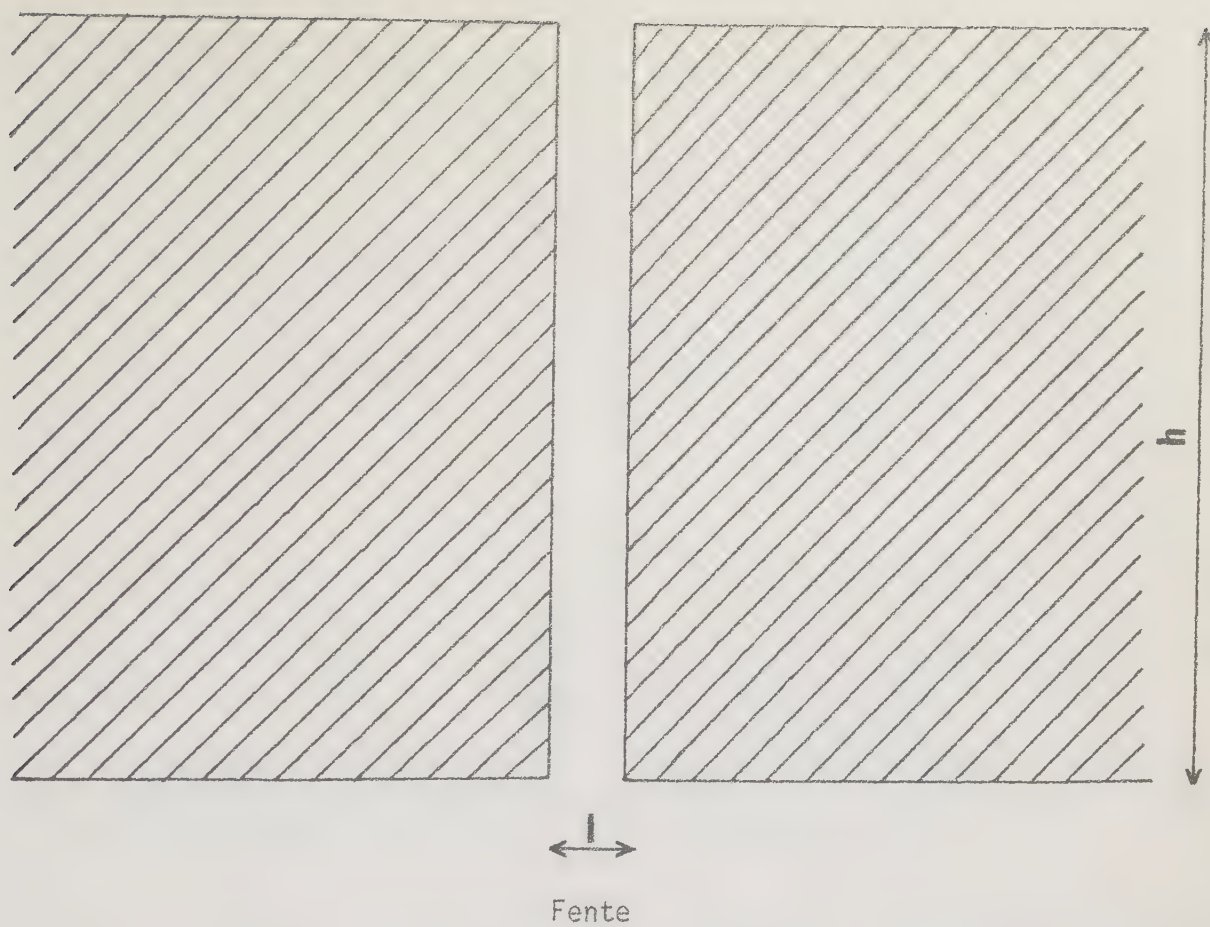
Dans les conditions d'utilisation courantes la répartition d'amplitude complexe $f(x,y)$ représente l'onde émergeant d'une transparence photographique éclairée par un faisceau de lumière parallèle monochromatique. Les conditions de cohérence spatiale et temporelle ne sont pas à discuter ici, la source lumineuse étant un laser. La répartition d'amplitude complexe $F(u,v)$, observable dans le plan focal image de la lentille (plan de Fourier), représente la transformée de Fourier de $f(x,y)$ notée, en abrégé :

$$F(u,v) = TF|f(x,y)| \quad (4)$$

Cette transformée est directement observable et interprétable, aussi, ses propriétés principales seront-elles illustrées sous forme d'exemples plutôt que rappelées par des expressions mathématiques.

(a) La transformation de Fourier conserve les angles : prenons le cas d'une fente-objet $f(x,y)$ de hauteur h très supérieure à sa largeur l (fig. 6). Son spectre est de la forme

$$F(u,v) = hl \frac{\sin(\pi uh) \cdot \sin(\pi vl)}{(\pi uh) (\pi vl)} \quad (5)$$



Transformée de Fourier optique

Figure 6

où u et v sont les axes orthogonaux des fréquences spatiales, parallèles respectivement à x et y . Ce spectre est présenté figure 6. L'extension du spectre de la direction x est, d'après (4), multiple de $1/h$ alors que celui de la direction y est de l'ordre de $1/l$: le spectre de la fente est très resserré parallèlement à u , donc à x et très étendu parallèlement à v , donc à y . Ceci fait dire souvent que la TF^* est orthogonale. En fait elle conserve parfaitement les directions. On trouvera le long d'une direction quelconque du spectre de Fourier le contenu spectral de la même direction de l'objet.

(b) La transformée de Fourier est invariante par translation : quelque soit la position de l'objet dans son plan et quelque soit la position de ce plan dans l'espace objet de la lentille, la répartition d'intensité lumineuse observable dans le plan focal image reste la même. On montre que seul un terme de déphasage affecte la répartition d'amplitude complexe. Il dépend de l'écart entre la position réelle de l'objet et sa position optimale (dans le plan focal objet de lentille et sur l'axe optique).

(c) La transformée de Fourier d'un objet périodique est périodique. Sa période est inversement proportionnelle à celle de l'objet.

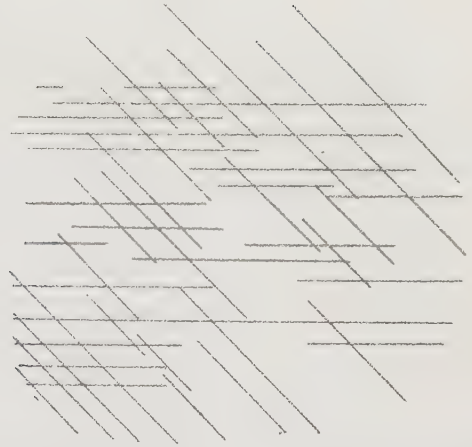
La propriété (a) montre que l'on peut sélectionner des directions déterminées a priori dans l'objet. La propriété (c) donne un critère pour choisir les directions. Ce critère est particulièrement adapté à la détection des cadastres romains. La figure 7 donne un exemple de filtrage de directions dans un cliché qui comporte deux répartitions de droites d'orientations distinctes. Le filtre utilisé est un éventail qui masque les spectres de Fourier des droites à éliminer.

D'autres filtrages élémentaires sont également applicables. Le

* TF désigne la transformée de Fourier, en abrégé.

Filtrage de directions

Cliché original placé à
l'entrée du corrélateur



Spectre observé



Cliché restitué après filtre
la direction horizontale
est la seule conservée.

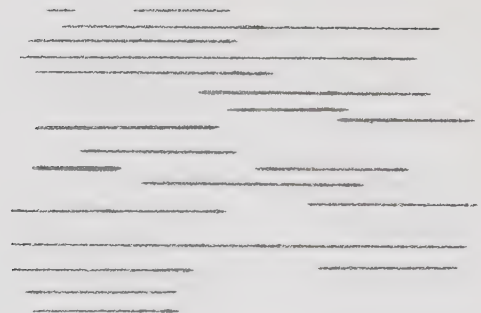


Figure 7

centre du spectre de Fourier et les termes spectraux situés au voisinage de l'axe optique rendent compte du fond continu de l'objet et des variations lentes d'éclairement sur son étendue. Un cache opaque permet de les éliminer. L'image filtrée fait alors ressortir les éléments de petites dimensions sur un fond sombre (stipsoscopie). Ce filtrage sera souvent associé à celui des directions spectrales pour améliorer la visibilité des résultats fournis par ce dernier.

I.2- APPLICATIONS À LA SÉLECTION DE CADASTRATIONS DANS LES CLICHÉS AÉRIENS

Ce type d'application des propriétés de la transformation de Fourier optique aux clichés aériens est l'un des plus classiques puisqu'il était déjà étudié en 1949 par Barber⁽⁷⁾. L'évaluation du contenu spectral⁽⁸⁾ et la mise en oeuvre du filtrage des directions⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ sont des opérations parfaitement définies et parfois automatisées⁽¹¹⁾. Si le principe du traitement n'a rien d'original, c'est son application systématique à des fins d'enquête archéologique qui justifie sa présentation ici.

I.2.1. CRITERES DE SELECTION

Les données consistent dans plusieurs centaines de photographies aériennes couvrant le Sud de la Vallée du Rhône et Béziers. Les vestiges de cadastres romains sont susceptibles de donner, dans le plan de Fourier, un spectre de réseau bidimensionnel (quadrillage), c'est-à-dire la composition de deux axes orthogonaux portant chacun les termes spectraux périodiques définis lors de la modélisation. Contrairement à de nombreux exemples en Italie et en Yougoslavie, la régularité de la cadastration s'est mal conservée en France. Le spectre du réseau associé est donc affaibli et dissipé. Le critère d'existence de périodicités spectrales ne peut donc être utilisé seul. Ceci est illustré sur les spectres de Fourier de quelques clichés particuliers pour lesquels les historiens avaient, sur le terrain ou d'après des cartes d'état-major, pressenti

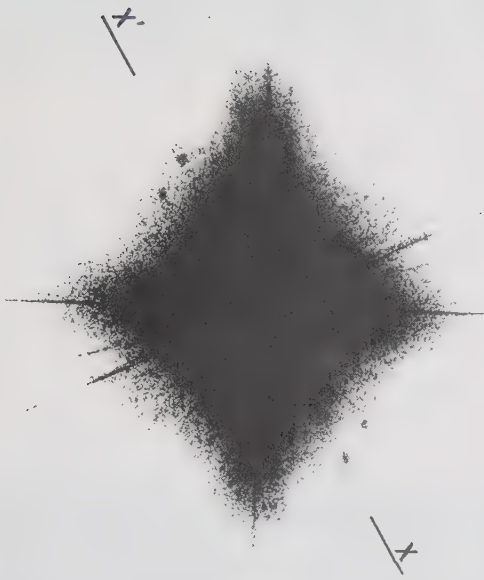
des périodicités de 710m (pas de base des cadastrations romaines). Des coupes densitométriques ont été effectuées suivant différentes directions afin de rechercher d'éventuelles périodicités spectrales. Sur l'une d'elles on distingue une périodicité spectrale de $1/70\text{m}^{-1}$, soit 70m sur le terrain. Elle pouvait correspondre à l'une des subdivisions usuelles des centuries romaines. Un filtrage du spectre du cliché ne laissant passer que ces termes spectraux conduit à une image où les régions responsables de la périodicité sont renforcées. Il s'agit en fait d'une très petite zone, d'origine récente (Figure 8). De telles périodicités spectrales sont fréquemment liées à des champs de conception récente ou à des terrains dont l'utilisation impose une forme géométrique (marais salants). La figure 9 présente deux exemples, en France et en Italie, où il est possible de comparer la régularité de la cadastration et son influence sur les périodicités spectrales.

Le critère de détection de périodicités spectrales doit donc être associé à une autre hypothèse pour permettre l'identification des cadastrations romaines. Cette hypothèse concerne la persistance de la direction d'orientation du cadastre fixée par les géomètres romains. Elle reste souvent jusqu'à l'époque actuelle une direction privilégiée pour l'orientation des champs. Ce phénomène est particulièrement marqué dans la plaine du Pô (figure 3) : la répartition et la dimension des champs a changé à l'intérieur des mailles d'un quadrillage parfaitement conservé. Une des raisons possibles à cette persistance est que les voies de communication suivent les mailles et que ces voies sont des éléments de la structure particulièrement stables. Dans un tel cas, le spectre de Fourier se présente comme une croix de Malte : la sélection d'une direction associée à la cadastration recherchée peut alors se faire en deux temps :

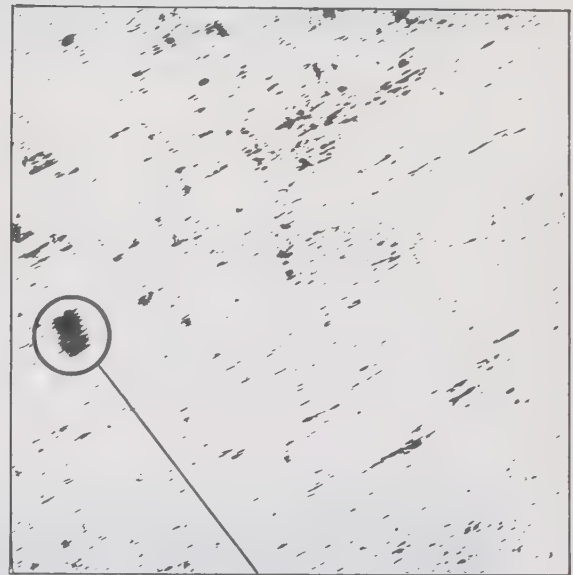
- (1) repérer la direction privilégiée, en utilisant un critère de contenu spectral (par exemple : périodicités spectrales significatives) ;
- (2) application d'un filtre qui ne laisse passer au niveau du spectre que cette direction.



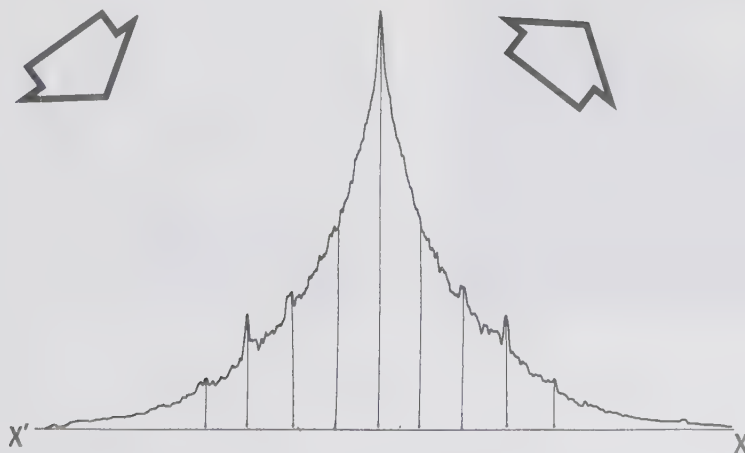
Cliché original



Spectres montrant des périodicités dans la direction de $x'x$

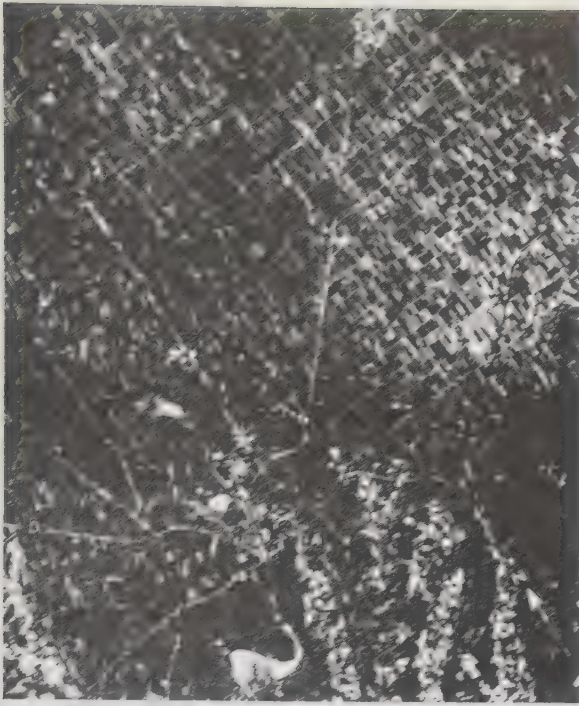


Cliché filtré : zone de périodicité mise en évidence

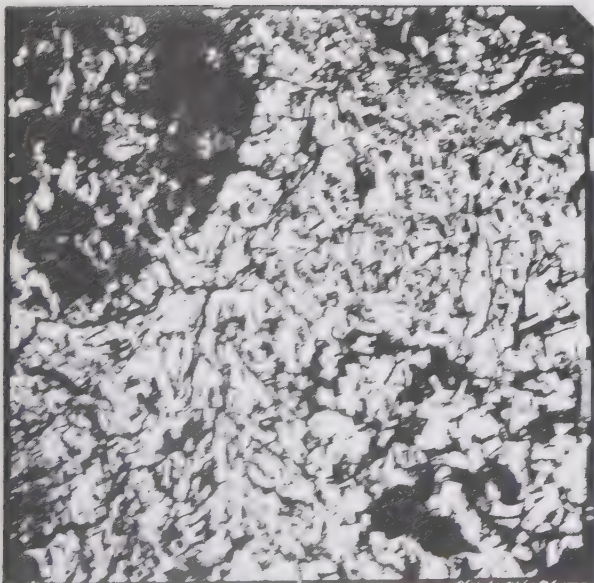


Coupe photométrique dans la direction $x'x$ mettant en valeur des périodicités de fréquence $u = 1/70 \text{ m}^{-1}$

Figure 8



Cliché italien et son spectre



Cliché français et son spectre

Enfin, dans certains cas, l'orientation de la cadastration est connue a priori par les historiens.

I.2.2. REALISATION DU FILTRAGE

Le dispositif de filtrage optique utilisé est un corrélateur de type 4-f schématisé figure 10. Le cliché aérien est placé dans le plan focal-objet de la lentille O_1 de longueur focale f . Il est éclairé en onde plane monochromatique. Son spectre de Fourier se forme dans le plan focal-image de O_1 . C'est dans ce plan qu'est placé le filtre sélectionnant les directions retenues. Une deuxième lentille O_2 de longueur focale f , placée à la suite à $2f$ de O_1 , réalise la transformation de Fourier inverse qui donne l'image filtrée.

Lorsqu'une direction du spectre d'un cliché a été identifiée comme direction de cadastration romaine, il faut également retenir la direction perpendiculaire. En effet, la cadastration romaine est un quadrillage dont le spectre se répartit sur deux axes orthogonaux. Le filtre adapté à la sélection d'une cadastration est donc constitué par une croix de Malte dont l'ouverture angulaire doit être réglée suivant le cas traité (c'est-à-dire suivant la séparation angulaire entre la cadastration romaine et la cadastration moderne). Pratiquement une ouverture d'environ 10° (figure 11) réalise un compromis acceptable pour la plupart des cas rencontrés. Elle permet de tenir compte des légers changements d'orientation - par exemple dûs aux accidents de terrain - à l'intérieur de la cadastration retenue. Comme l'image filtrée est le produit de convolution de l'objet par la TF du filtre, il est souhaitable que la largeur de ce dernier soit suffisamment grande pour que l'image ne soit pas trop empâtée. On notera par exemple sur la figure 7 l'épaississement des traits par rapport à l'original.

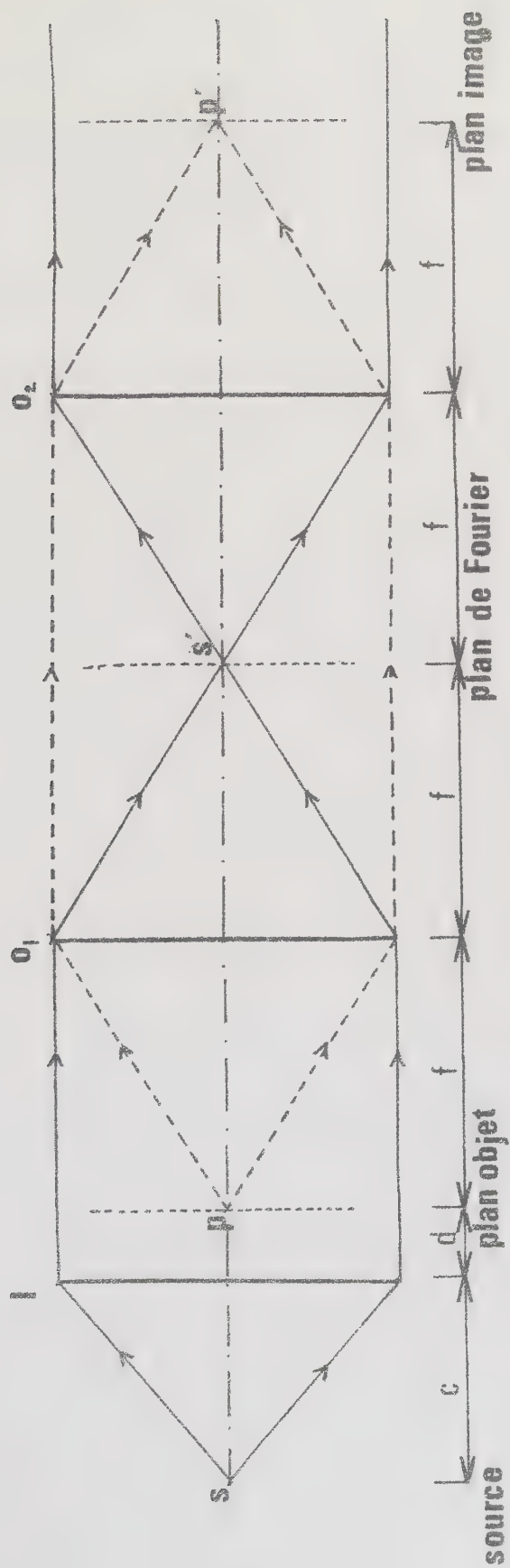
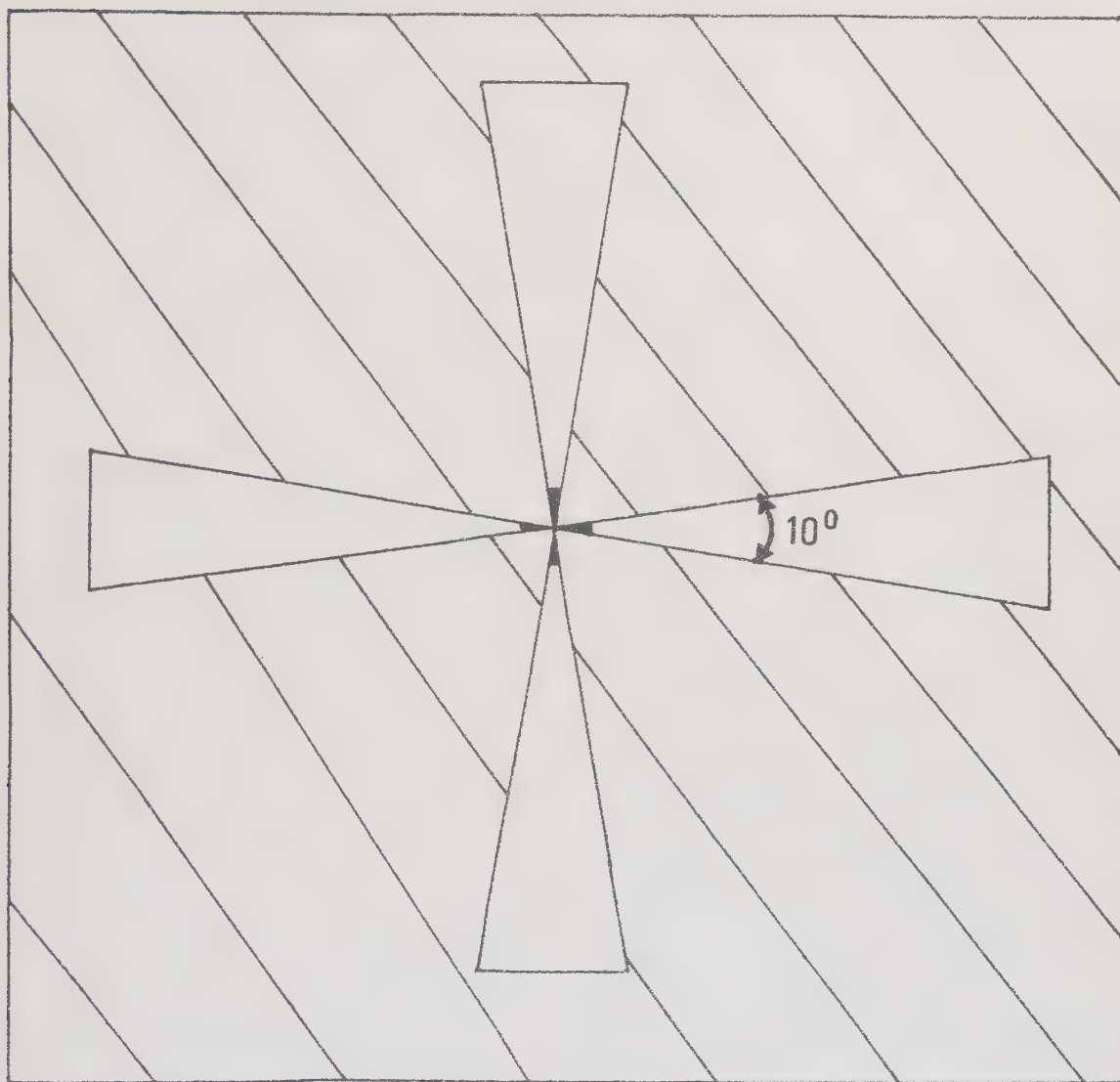


Figure 10



Filtre réalisé

Figure 11

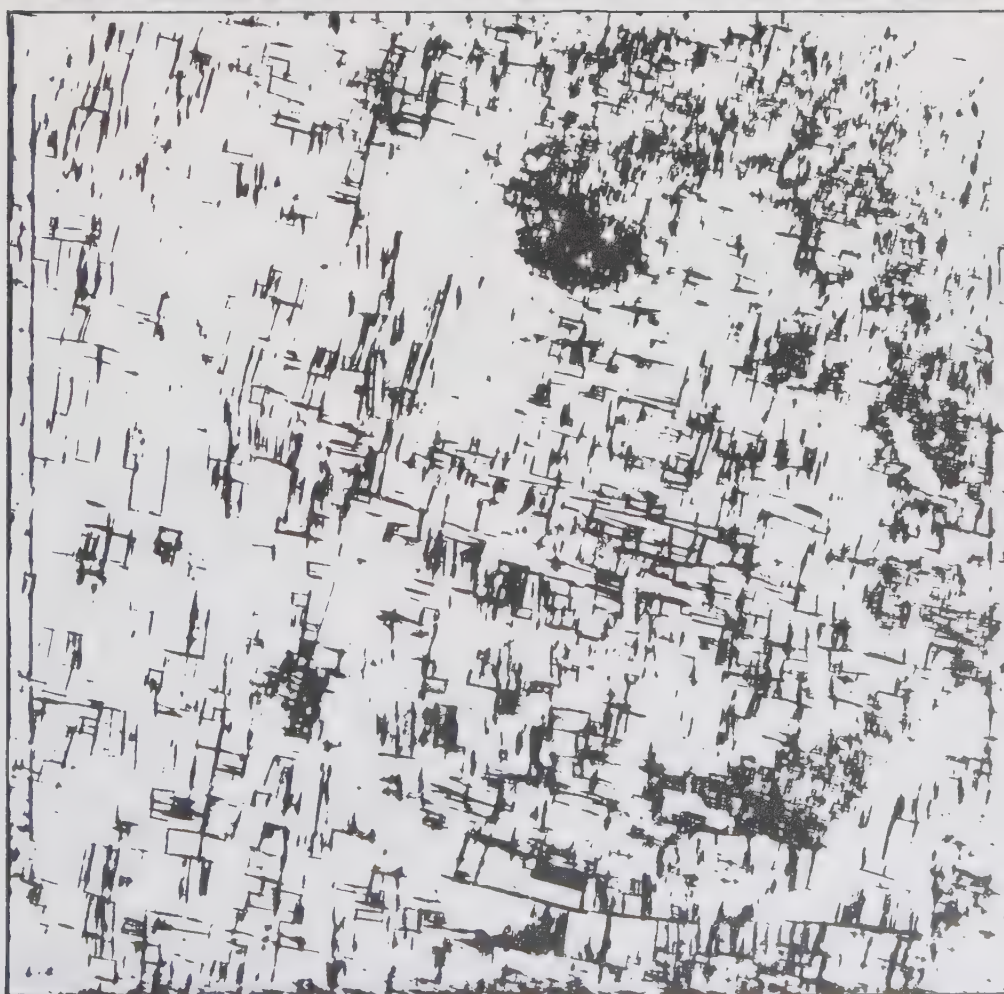
Le filtre comporte également une pastille centrale pour effectuer une stioscopie qui améliore la visibilité des éléments filtrés.

Les figures 12 et 13 sont une illustration de l'application d'un tel filtrage. Ces images sont fournies aux historiens qui utilisent leurs propres sources de vérification (données archéologiques, etc..) pour décider si les configurations extraites des clichés aériens correspondent effectivement à la colonisation romaine.

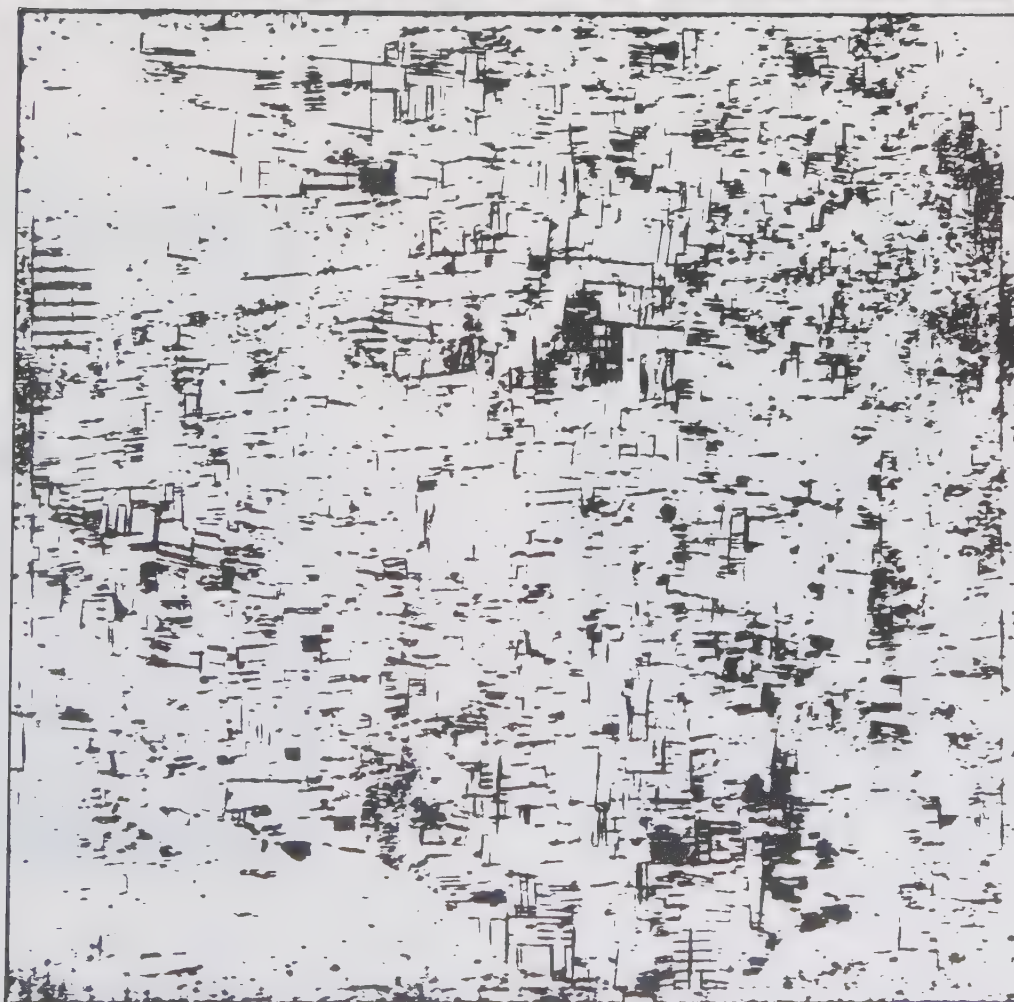
Un ensemble de résultats et l'interprétation qui en est faite par les historiens sont donnés en annexe de ce mémoire.

Un autre type de filtrage a été mis en oeuvre pour tenter de dépister systématiquement les cadastrations romaines, même dans le cas où aucun élément d'interprétation du spectre de Fourier ne laisse entrevoir leur présence. Sachant qu'une subdivision relativement fréquente de la centuriation romaine est basée sur l'intervalle de 35m, un filtre en croix a été construit qui ne laisse passer que la fréquence spatiale $1/35m^{-1}$ et ses harmoniques. Le cliché étant placé dans le plan d'entrée du corrélateur, le filtre est mis en rotation afin d'explorer l'ensemble des directions de façon continue. Si une cadastration présente la caractéristique pour laquelle le filtre est adapté, elle apparaît comme un quadrillage au moment où le filtre laisse passer ses éléments spectraux. Cette tentative visait à apporter une réponse simple au problème de l'extraction de cadastrations romaines dont le spectre est noyé dans celui de la cadastration moderne. On a vu dans l'introduction de ce mémoire que la méthode réellement efficace est une méthode d'estimation statistique. En outre, des limitations proprement optiques sont venues compromettre l'efficacité d'un tel filtrage (figure 14) en particulier la quantité de lumière transmise était trop faible et le filtre introduit à la fois des épaississements et des périodicités parasites.

L'exploration systématique des filtres directionnels a nécessité la construction d'un appareillage commandant à distance la mise en rotation



Exemple de filtrage réalisé : région de Montélimar

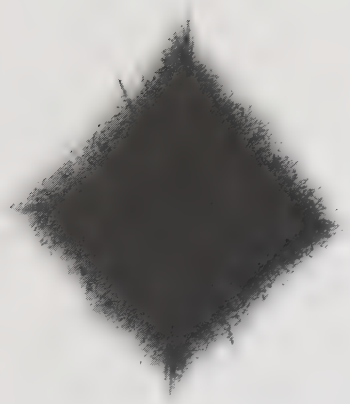


Exemple de filtrage réalisé : région d'Orange

Figure 13



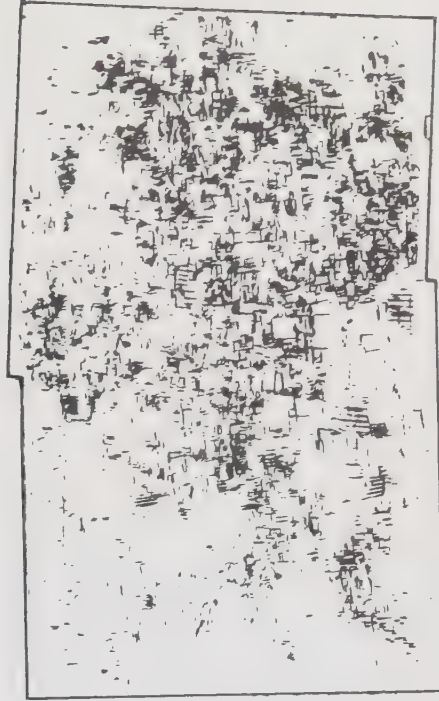
Cliché original



Spectre du cliché



Résultat du filtrage de directions appliqué à des fréquences multiples de $1/35 \text{ m}^{-1}$



Résultat du filtrage de directions appliqué à toutes les fréquences

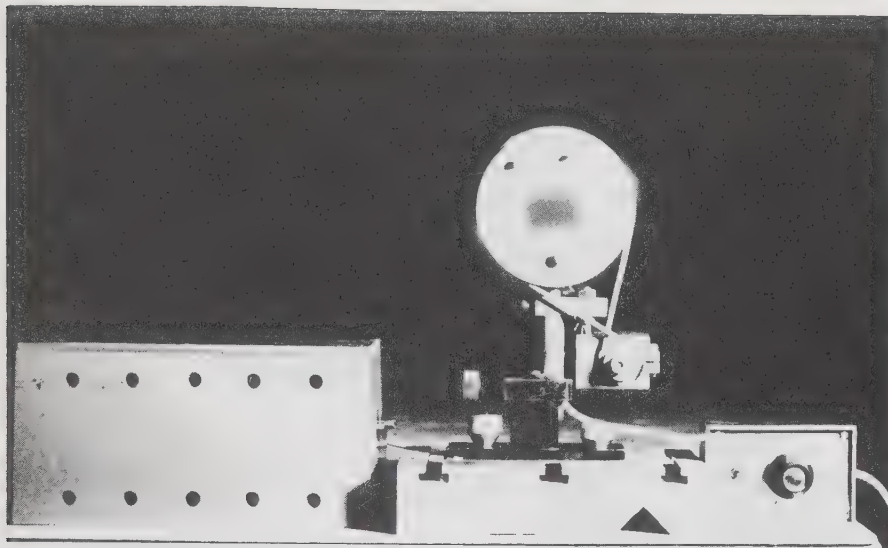
du filtre ou du cliché et son arrêt sur une position déterminée. Il est présenté en appendice.

APPENDICE : REALISATION D'UN SUPPORT DE DIAPOSITIVE MOBILE EN ROTATION ET COMMANDE A DISTANCE

Le corrélateur de type 4-f utilise des lentilles de longueur focale $f = 440$ mm. La distance entre le plan d'entrée et le plan de sortie est donc 1760mm ce qui rend généralement malaisée la conduite de la manipulation pour un expérimentateur pourvu de bras de longueur courante. Il est difficile, en outre, de maintenir un recalage correct du filtre sur l'axe optique alors qu'il est mis en rotation. S'appuyant sur la propriété d'invariance par translation, il a semblé préférable de faire tourner le cliché sur lui-même dans le plan objet et de maintenir le filtre fixe dans le plan de Fourier. La commande à distance de la rotation du cliché était donc indispensable.

Le dispositif réalisé comporte un châssis fixe dans lequel tourne un disque de 5 cm de diamètre. Une ouverture de format 24 x 36mm est aménagée au centre du disque pour recevoir le cliché. Un moteur continu et un entraînement à courroie permettent la rotation du disque autour de son centre. La vitesse de rotation varie de façon continue entre 1°/sec et 9°/sec. Ces limites ont été choisies empiriquement pour que l'observateur puisse suivre l'évolution du cliché filtré sans brouillage. La rotation est réversible. Un boîtier de télécommande assure le contrôle à distance. La figure 15 présente l'ensemble comportant le boîtier d'alimentation, le support mobile et le boîtier de télécommande. L'appareil, construit par MM Leiber et Duband, élèves du Département de Micromécanique de l'I.U.T. de Besançon, constituait leur réalisation de stage de fin d'étude.

La figure 16 montre une vue globale du banc de filtrage optique dans ces conditions de travail.

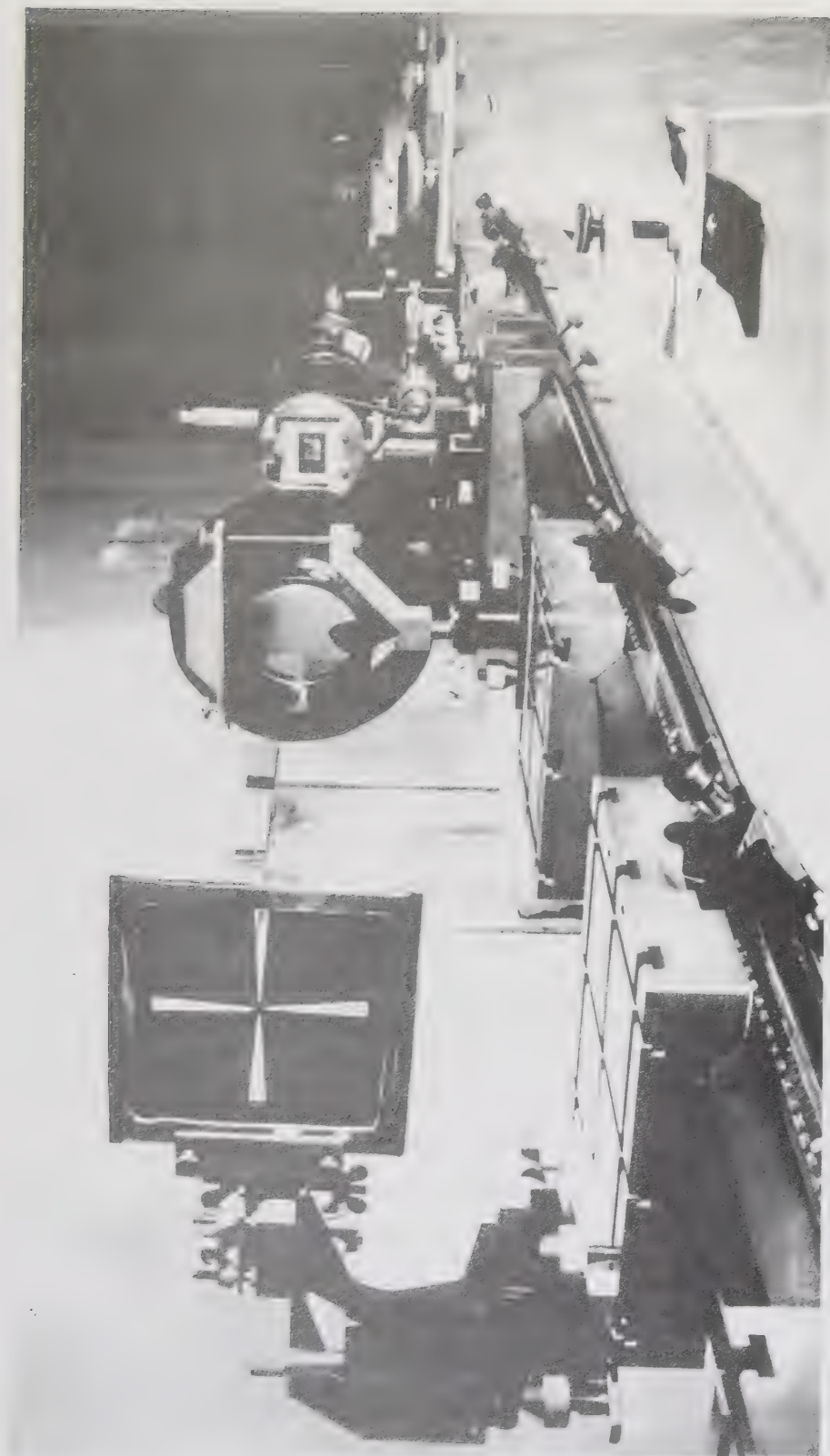


Alimentation

Porte-diapositive

Boitier de
commande

Figure 15



Vue du banc (au premier plan le filtre)

Figure 16

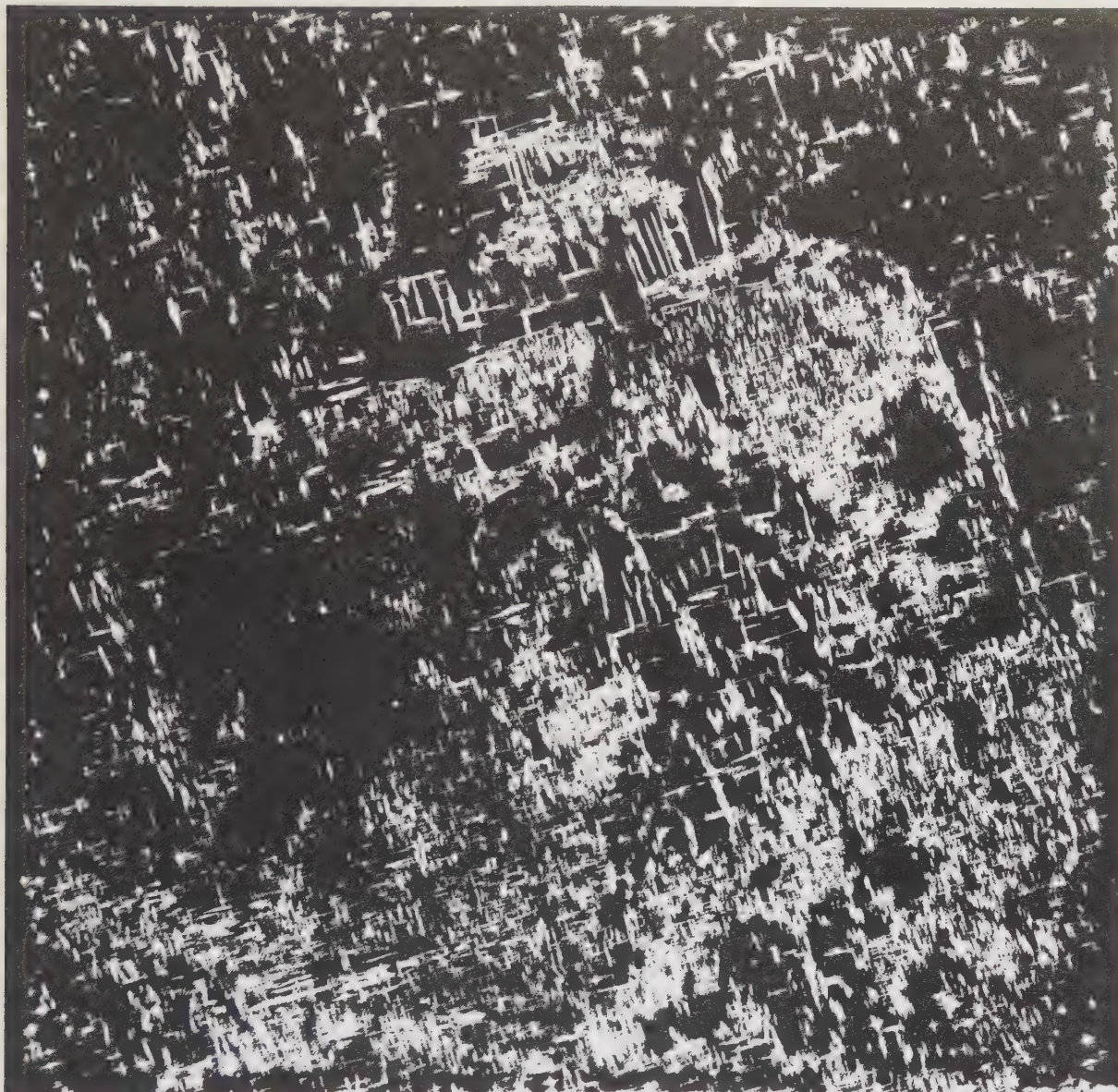
I.3. REMARQUES ET CONCLUSIONS

Les traitements analogiques optiques présentés dans ce chapitre sont d'une mise en oeuvre aisée et, bien qu'ils soient simples, conduisent à des résultats satisfaisants si l'on dispose d'informations a priori sur la direction des cadastrations recherchées.

Le filtre de fréquences spatiales utilisé est élémentaire. Il n'intervient sur l'amplitude spectrale que par une loi de tout ou rien. Il ne doit introduire aucun déphasage. A ce titre il gagne à ne pas être réalisé sur support photographique qui nécessite d'être immergé pour garantir une certaine qualité d'image filtrée. Il ne doit pas non plus être construit avec des lames métalliques trop perfectionnées, des effets de bord entraînant l'apparition de périodicités parasites dans l'image. Ainsi l'utilisation d'un support relativement rigide mais sans qualités particulières autres que son opacité semble être la solution pratique au problème : par exemple du carton. L'aspect "manip" associé à l'usage d'un tel filtre est autant moins inavouable ici que ce type répond précisément à des nécessités d'apodisation⁽¹⁴⁾ qui avaient fait envisager à des utilisateurs industriels de filtres métalliques une recherche particulière sur la façon de les corriger.

On remarquera un aspect de "trame" sur les clichés filtres (fig. 17). Il provient de ce que l'image filtrée n'est rien d'autre que la convolution de l'objet avec la transformée de Fourier du filtre en croix. Cette TF reproduit approximativement la forme de la croix : chaque point de l'image filtrée est donc tramé - finalement, aucune direction de l'objet n'est totalement éliminée : seules celles qui correspondent aux axes de la croix de trame sont renforcées.

La conclusion de ce chapitre doit mettre en avant le cas des clichés aériens où aucune direction privilégiée n'apparaît dans le spectre de Fourier, alors que des indications fournies par les historiens



Effet de trame : cet effet est surtout visible dans les zones non cadastrées.

Figure 17

garantissent l'existence d'une cadastration romaine.

La signature spectrale de la cadastration est donc un signal à caractère périodique noyé dans le bruit. La première estimation proposée, basée sur la recherche d'une périodicité spectrale-type, a échoué. Il faut mettre en oeuvre une méthode d'estimation plus puissante. Celle-ci doit être capable de distinguer des directions dans le spectre de Fourier en se fondant sur la comparaison de leur contenu spectral. Le problème peut être discrétisé en considérant un échantillonnage régulier de directions dans le spectre de Fourier d'un cliché. Chacune d'elle supporte un profil de variation particulier de l'intensité lumineuse. Comme aucune d'elle ne se distingue spécialement, cet ensemble de directions constitue une famille de fonctions aléatoires de la fréquence spatiale. Il s'agit de regrouper en classes homogènes les directions qui présentent les mêmes caractéristiques statistiques. Comme on ne peut donner aucun modèle statistique sur la loi d'évolution de l'intensité lumineuse de chaque fréquence spatiale, il n'est pas possible d'entreprendre une classification de type supervisée ⁽¹⁵⁾ où seule les valeurs numériques des paramètres statistiques de chaque classe restent à déterminer. En conséquence la seule méthode possible est un apprentissage de type non supervisé. La transformation de Karhunen-Loève se présente alors naturellement comme un moyen particulièrement puissant et adapté.

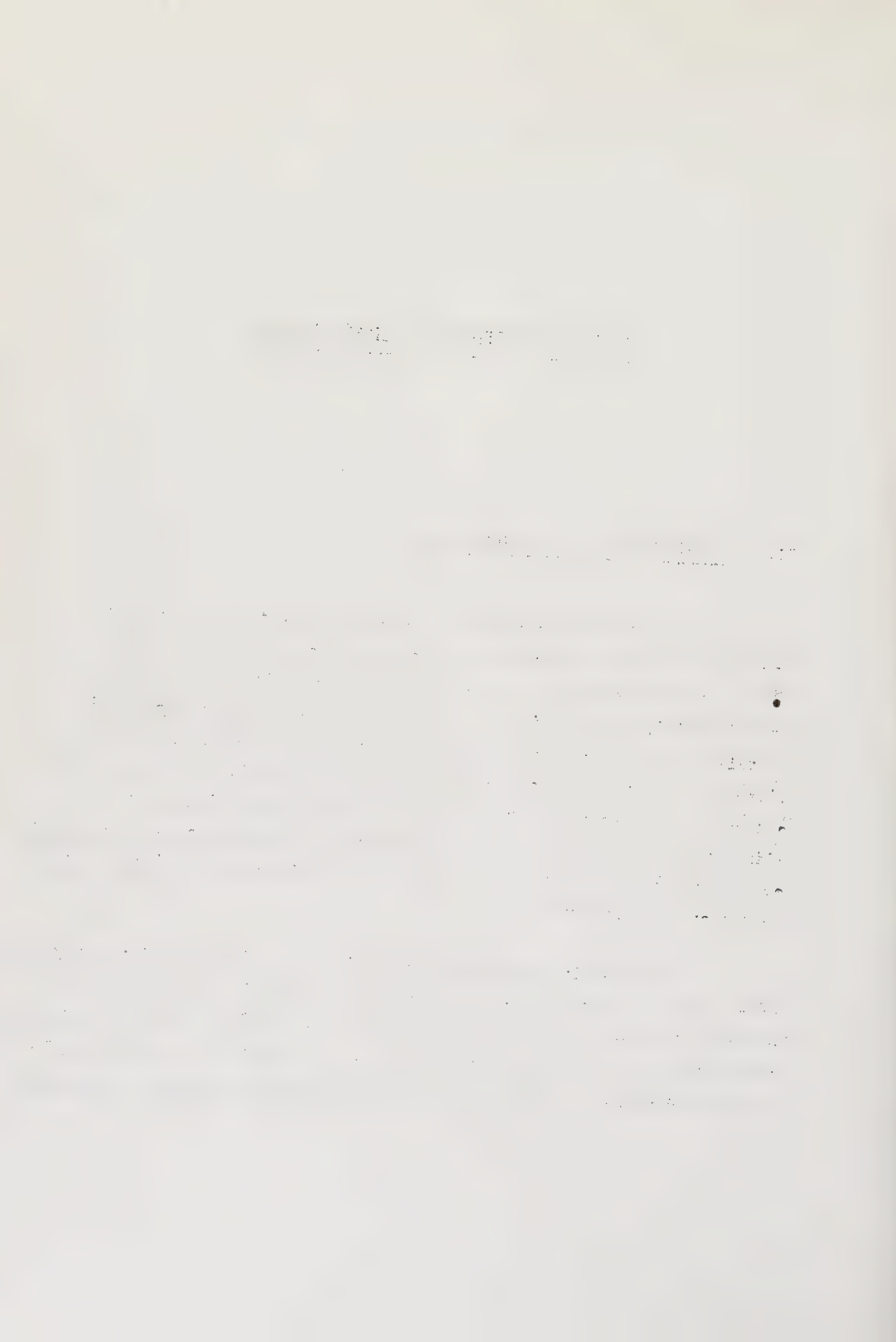
C H A P I T R E I I

ANALYSE STATISTIQUE DE CLICHÉS AÉRIENS

II.1 TRANSFORMATION DE KARHUNEN-LOEVE

Les signaux déterministes sont entièrement décrits par un ensemble de mesures effectuées une fois pour toutes dans un repère donné. La connaissance de cet ensemble est nécessaire et suffisante pour identifier un tel signal. Seules des raisons de commodité expérimentales amènent à opérer un choix (par exemple travailler dans l'espace de Fourier plutôt que dans l'espace géométrique). Le seul obstacle à la reconnaissance d'un signal déterministe tient dans l'imprévision des mesures qui le caractérisent, imprévision due au capteur ou à l'environnement du signal. Dans ce cas l'opération est jugée en terme de rapport signal/bruit.

La détection des signaux déterministes présente un intérêt notable dans le cas de surveillance automatique de la position (par exemple le recalage de cartes radar⁽¹⁵⁾) ou de la forme (contrôle de pièces en production industrielle). Cependant une grande partie des objets qui évoluent dans le monde physique a des propriétés essentiellement variables (par exemple



leur forme et leurs dimensions) ce qui n'empêche pas de les identifier. L'ensemble des mesures d'un type d'objet déterminé subit des fluctuations statistiques quand on passe d'un exemplaire de cet objet à un autre. Le fait que le type d'objet soit reconnu à travers les différentes variantes qui s'offrent à l'observateur montre que les caractéristiques mises en jeu lors de l'identification sont de nature statistique. Un exemplaire quelconque de l'objet sera considéré comme membre d'une classe comportant l'ensemble des variétés possibles du type considéré. Le problème de la reconnaissance des formes se traduit alors en terme de détermination de classes d'objets.

II.1.1 DESCRIPTION STATISTIQUE DES DONNEES ET TRANSFORMATION DE KARHU NEN-LOEVE

Le passage de la description déterministe à la description statistique pose la question du choix du système de référence. En effet l'ensemble des mesures qui décrivent l'objet est soumis à des fluctuations statistiques. Il s'agira par exemple des données fournies par des capteurs (permettant de suivre la géométrie de l'objet ou les fluctuations de son spectre de Fourier). Le choix des mesures est plus souvent dicté par des raisons d'économie, de faisabilité ou d'habitude que par des spécifications propres à la reconnaissance des formes. La nature essentiellement statistique de l'objet étudié se traduit alors par une dispersion des fluctuations sur l'ensemble des capteurs : on voit qu'un référentiel optimal du point de vue de la reconnaissance des formes devrait plutôt s'adapter à la nature de l'objet qu'à ses manifestations particulières sur telle ou telle grandeur mesurable. Une approche de ce genre a été développée pour l'étude des fonctions aléatoires ⁽¹⁶⁾ dont les moments du second ordre sont définis. On montre que le développement d'une classe de fonctions aléatoires dans la base des fonctions propres de leur fonction d'autocorrélation est un développement orthogonal, et non-corrélé. La corrélation est un critère capital du point de vue de la saisie de la nature statistique d'un phénomène.

Ainsi les mesures fournies par les différents capteurs sont elles fortement corrélées entre elles parce que chacune d'elles traduit de façon partielle le régime de variations statistiques propre au phénomène. Disposer d'un ensemble de mesures indépendantes et décorréelées signifie donc que l'on saisit directement la nature du phénomène.

Le calcul des fonctions propres de la fonction d'autocorrélation d'une grandeur continue est particulièrement difficile, sauf quelques cas simples qui ne permettent pas de traiter tous les cas possibles en reconnaissance des formes. Procéder à l'échantillonnage des objets est du plus grand intérêt puisque leurs moments du second ordre sont alors représentés par leur matrice de covariance. Celle-ci étant symétrique, définie positive, ses vecteurs propres sont toujours calculables par ordinateur, si la dimension de la matrice (identique au nombre d'échantillons prélevés dans l'objet) n'est pas trop élevée. Ces vecteurs propres constituent une base orthogonale décorrélée tout à fait adaptée à la saisie des fluctuations statistiques. Les objets étant décrits dans la base de départ, définie par les mesures effectuées aux points d'échantillonnage, il convient alors d'effectuer un changement de base pour passer dans celle des vecteurs propres. Si et seulement si la base de départ est orthonormée et si et seulement si les objets sont normalisés ⁽¹⁷⁾ (c'est-à-dire de carré intégrable et de norme unité) alors la base des vecteurs propres présente deux propriétés capitales : (1) l'erreur commise en ne retenant que les composantes des objets sur quelques vecteurs propres est minimale par rapport à celle qu'entraînerait la même troncature dans tout autre base, (2) la quantité d'information retenue par cette troncature est maximale par rapport à celle que laisse subsister la même troncature dans toute autre base. Les valeurs propres associées aux vecteurs sont alors reliées à la quantité d'information qu'ils transportent relativement aux objets. Il est donc possible d'ordonner les vecteurs propres par rang de valeur propre décroissante et de sélectionner ceux qui véhiculent un maximum d'information. Dans la plupart des problèmes de reconnaissance de formes on arrive ainsi à concentrer plus de 90% de l'information sur quelques vecteurs propres dominants. Comme les vecteurs propres sont décorrélés, ils apportent

chacun une contribution spécifique à la description de la nature de l'objet statistique.

Le passage de l'espace de départ à l'espace réduit supporté par les vecteurs dominants de la matrice de covariance des données constitue la transformation de Karhunen-Loève (notée en abrégé TKL).

II.1.2. CAS DES CLICHES AERIENS

Cette transformation est bien adaptée au cas de la sélection du cadastre romain dans un cliché aérien. Partant, par exemple, d'un ensemble de directions spectrales (fonction aléatoire de la fréquence spatiale) échantillonnées dans le plan de Fourier, on passera dans l'espace réduit des vecteurs propres dominants. Si le cliché contient deux ou plusieurs cadastrations différentes, représentant des structures géométriques aux propriétés statistiques différentes, alors les vecteurs propres dominants transportent l'information relative à cette différence. Les directions spectrales sont donc projetées dans l'espace réduit et s'associent dans des domaines caractéristiques de l'une ou l'autre cadastration. Il est également concevable de prendre les fréquences spatiales comme fonctions statistiques des directions : cette démarche sera adaptée à la séparation de cadastrations bien séparées angulairement, mais avec des propriétés statistiques semblables.

Ce chapitre rappelle brièvement le formalisme nécessaire à la mise en oeuvre de la transformation de Karhunen-Loève sur les clichés aériens. Il expose ensuite la classification des directions spectrales et celle des fréquences spatiales qui en découle. Il présente enfin une méthode de conversion digitale/analogique des résultats de la TKL. Les vecteurs propres dominants sont exprimés dans l'espace de Fourier en termes de fréquences spatiales. Projeter une donnée sur un vecteur propre c'est encore réaliser le produit (scalaire) de ces deux éléments. Si le vecteur propre est codé sous formes de répartition de transparence, on voit immédiatement qu'il peut jouer le rôle de filtre de Fourier dans un corrélateur.

Vol. 100, Part 1, 1970
Published by the Royal Anthropological Institute of Great Britain and Ireland

THE JOURNAL OF THE
ROYAL ANTHROPOLOGICAL INSTITUTE

The Journal of the Royal Anthropological Institute is a quarterly publication which provides a forum for the presentation of original research papers, reviews, and other contributions of interest to the study of human evolution, physical anthropology, and cultural anthropology. The Journal is published by the Royal Anthropological Institute of Great Britain and Ireland, which was founded in 1871. The Institute's primary concern is the advancement of the study of man, and it does this by promoting research, organizing meetings, and publishing the Journal. The Journal is a key source of information for anthropologists and other scholars interested in the study of man. It covers a wide range of topics, including human evolution, physical anthropology, and cultural anthropology. The Journal is published in four parts per year, and each part contains a variety of articles. The Journal is a valuable resource for anyone interested in the study of man.

CONTENTS

- 1. The evolution of man: a review of the evidence, by J. H. J. van Vlijmen and J. A. M. van Leeuwen
- 2. The evolution of man: a review of the evidence, by J. H. J. van Vlijmen and J. A. M. van Leeuwen
- 3. The evolution of man: a review of the evidence, by J. H. J. van Vlijmen and J. A. M. van Leeuwen
- 4. The evolution of man: a review of the evidence, by J. H. J. van Vlijmen and J. A. M. van Leeuwen
- 5. The evolution of man: a review of the evidence, by J. H. J. van Vlijmen and J. A. M. van Leeuwen
- 6. The evolution of man: a review of the evidence, by J. H. J. van Vlijmen and J. A. M. van Leeuwen
- 7. The evolution of man: a review of the evidence, by J. H. J. van Vlijmen and J. A. M. van Leeuwen
- 8. The evolution of man: a review of the evidence, by J. H. J. van Vlijmen and J. A. M. van Leeuwen
- 9. The evolution of man: a review of the evidence, by J. H. J. van Vlijmen and J. A. M. van Leeuwen
- 10. The evolution of man: a review of the evidence, by J. H. J. van Vlijmen and J. A. M. van Leeuwen

La composante de la donnée est obtenue de façon analogique par le produit de son spectre de Fourier aérien avec la transparence du vecteur propre - filtre. Le résultat de l'opération apparaît sous forme d'image filtrée dans le plan de sortie du corrélateur. Chaque donnée contenue dans le cliché placé à l'entrée du corrélateur subit ce traitement. Comme le filtre est adapté à la séparation des classes de données en présence dans le cliché, l'image de chaque donnée dépend de son appartenance de classe. Ainsi l'image filtrée est elle optimale du point de vue de la mise en évidence des classes composant le cliché. On réalise un filtrage statistique adapté.

Ce chapitre montre les résultats obtenus par application directe de la transformation de Karhunen-Loève à chaque cliché aérien considéré comme une réalisation d'un phénomène aléatoire. Les études récentes de Lowitz⁽¹⁸⁾ sur la stabilité statistique des valeurs propres et vecteurs propres montrent que si l'on dispose de plusieurs réalisations du phénomène, alors le nombre de vecteurs propres significatifs peut être déterminé. On approche ainsi la notion de dimension intrinsèque⁽¹⁹⁾ du phénomène. Cette dimension étant déterminée, il est possible de mettre en oeuvre des procédures d'estimation des valeurs propres et vecteurs propres dominants à partir d'un nombre réduit de mesures et de données. Le chapitre suivant sera consacré à ces méthodes.

II.2 FORMALISME MATHEMATIQUE DE LA TRANSFORMATION DE KARHUNEN-LOEVE

Considérons un ensemble X composé de p objets $X'(i=1,...,p)$ fonctions aléatoires de la variable t . Dans le but d'entreprendre un développement orthogonal basé sur leurs propriétés du second ordre, on échantillonnera ces objets en N points sur l'axe t . Chaque objet sera représenté par un vecteur colonne dont les composantes sont égales aux valeurs mesurées aux points d'échantillonnage :

$$X'i = \begin{vmatrix} x_1^i \\ \vdots \\ x_N^i \end{vmatrix}, \quad i = 1, \dots, \rho; \quad (6)$$

Ce vecteur est normalisé pour être de module unitaire :

$$Xi = \frac{X'i}{\|X'i\|} = \begin{vmatrix} x_1^i / \sqrt{\sum_{j=1}^N x_j^2} \\ \vdots \\ x_N^i / \sqrt{\sum_{j=1}^N x_j^2} \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Les propriétés statistiques de cet ensemble de vecteurs sont définies dans ce qui suit.

II.2.1 MOYENNE ET MATRICE DE COVARIANCE

On introduira le vecteur moyenne M, moment du premier ordre de l'ensemble X, comme :

$$M = E | X | \quad (8)$$

où E | | désigne la moyenne d'ensemble sur les ρ éléments Xi composant l'ensemble X. On a, évidemment :

$$M = \begin{vmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_j \\ \vdots \\ m_N \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E | x_1 | \\ \vdots \\ E | x_j | \\ \vdots \\ E | x_N | \end{vmatrix}, \quad \text{avec} \quad (9)$$

$$m_j = E | x_j | = \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^{\rho} x_j^i$$

Le moment du second ordre, qui conduit à la transformation de Karhunen-Loève, est défini par :

$$C = E [X, X^T], \text{ où} \quad (11)$$

X^T désigne le vecteur ligne, transposé du vecteur colonne X .

Il rend compte de la dispersion des composantes des vecteurs autour de leur valeur moyenne. En fait ce sont les variations à l'intérieur de l'ensemble X qui sont intéressantes : il est naturel de considérer les vecteurs centrés par rapport à la moyenne :

$$X'i = X_i - M \quad (12)$$

et, dans ces conditions le moment du second ordre s'écrit :

$$(C) = E [(X - M)(X - M)^T] \quad (13)$$

qui est la matrice de covariance des X_i . Cette matrice se présente sous la forme suivante :

$$C = \begin{bmatrix} E [(x_1 - m_1)^2] & \text{-----} & E [(x_1 - m_1)(x_N - m_N)] \\ \vdots & & \\ \vdots & & \\ \vdots & E [(x_j - m_j)^2] & \\ \vdots & & \\ \vdots & & \\ E [(x_N - m_N)(x_1 - m_1)] & \text{-----} & E [(x_N - m_N)^2] \end{bmatrix} \quad (14)$$

Les termes diagonaux représentent les variances σ_{jj}^2 des N coordonnées :

$$\sigma_{jj}^2 = E [(x_j - m_j)^2], \quad j = 1, \dots, N \quad (15)$$

Les termes latéraux sont les covariances σ_{jk}^2 des coordonnées prises deux à deux :

$$\sigma_{jk}^2 = E [(x_j - m_j)(x_k - m_k)] \quad (16)$$

La matrice de covariance est déjà une description statistique utile du phénomène aléatoire décrit dans le système de coordonnées considérées. Ainsi les covariances sont-elles un bilan sur la façon dont les fluctuations observables indépendamment sur chaque coordonnée sont corrélées. En effet s'il n'y a pas de corrélation entre le jème et la kème coordonnée on a :

$$\sigma_{jk}^2 = E [(x_j - m_j)(x_k - m_k)] = E [(x_j - m_j)] \cdot E [(x_k - m_k)] \quad (17)$$

soit : $\sigma_{jk}^2 = 0$, (18)

car les variables $(x_j - m_j)$ et $(x_k - m_k)$ sont les variables de moyenne nulle. Les éléments diagonaux de cette matrice rendent compte de la fluctuation mesurable indépendamment sur chaque coordonnée. On a vu l'intérêt de procéder à une description décorrélée du phénomène aléatoire. Dans ce cas la matrice de covariance est une matrice diagonale. L'observation de la valeur des covariances donne donc une information sur l'efficacité du système de coordonnées à saisir le phénomène. Plus les termes latéraux de la matrice sont importants, moins le système de coordonnées est adapté.

La définition d'un nouveau système de coordonnées décorrélées est une conséquence immédiate des remarques qui viennent d'être faites. L'information contenue dans le phénomène aléatoire et dispersée sur les coordonnées de départ x_j^i est décrite de façon optimale lorsque la matrice de covariance du nouveau système de coordonnées est diagonale. La matrice de covariance (C) est symétrique et définie positive. Elle est donc diagonalisable. La relation entre (C) et sa forme diagonale peut être explicitée comme suit : toute l'information qui était dispersée sur la matrice de covariance initiale est réorganisée et concentrée sur les éléments de sa forme diagonale, soit :

$$(C) = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (19)$$

où λ_i , $i = 1, \dots, N$ sont les valeurs propres de (C).

Comme la transformation qui fait passer de la matrice de covariance à sa forme diagonale est une transformation unitaire, la trace de la matrice se conserve :

$$\sum_{i=1}^N \sigma_{ii}^2 = \sum_{j=1}^N \lambda_j \quad (20)$$

Les valeurs propres décrivent donc la variance des projections du phénomène sur les vecteurs propres dans les nouvelles coordonnées choisies. On remarque, naturellement, que les covariances sont nulles dans la forme diagonale, les vecteurs propres étant décorrélés. Comme les vecteurs propres ont subi une normalisation préalable, il est établi que toutes les valeurs propres sont positives, comprises entre 0 et 1. Elles décrivent comme on le verra dans la suite la fraction de la quantité d'information totale véhiculée par les vecteurs propres qui leur sont associés. Par convention les valeurs propres sont rangées, par ordre décroissant et ré-étiquetées comme suit :

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_N > 0 \quad (21)$$

Cette relation permet de déterminer le nombre de vecteurs propres nécessaire à retenir une fraction déterminée de l'information. Remarquons que dans ce cas il suffit d'additionner les valeurs propres associées aux vecteurs propres retenus pour définir la fraction de la quantité d'information totale qu'ils décrivent. Ce ne serait pas le cas pour la sélection de quelques coordonnées initiales : il faudrait non seulement additionner les variances associées, mais aussi les covariances décrivant leur couplage avec les coordonnées non retenues.

Les propriétés qui découlent de la sélection des vecteurs propres dominants (associés aux valeurs propres les plus fortes) pour la description des données sont examinées au paragraphe suivant.

II.2.2. PROPRIETES DE LA BASE DES VECTEURS PROPRES DE LA MATRICE DE COVARIANCE

La transformation de Karhunen-Loève est connue pour fournir une description optimale d'un ensemble de données statistiques, à partir d'un nombre limité de vecteurs propres. Les effets de la troncature sont minimaux par rapport à ceux observables par une troncature de même importance de tout autre système de coordonnées. Soient (B_j) , $j = 1, \dots, N$ les N vecteurs de base définissant un système de coordonnées orthogonales (il s'agira, par exemple d'une base de fréquences spatiales) et KLi , $i = 1, \dots, N$ la base des vecteurs propres de l'ensemble aléatoire décrit dans la base (B_j) . Comparons les effets de troncature induits par la sélection des k premiers vecteurs de base dans les deux cas. Les démonstrations rappelées ici sont chacune d'une référence particulière (15 puis 19 puis 17) l'ensemble étant résumé dans un exposé synthétique avec un formalisme unique.

Le vecteur X_i supposé de moyenne nulle (équation 12) est décrit dans la première base, par

$$X_i = \sum_{j=1}^N x_j^i B_j, \quad (22)$$

...the ... of ...

...the ... of ...

...the ... of ...

...the ... of ...

...the ... of ...

...the ... of ...

...the ... of ...

...the ... of ...

la composante x_j^i étant définie par le produit scalaire :

$$x_j^i = X_i^T B_j \quad (23)$$

Une version tronquée de X_i obtenue par sélection des k premières composantes s'écrit :

$$\hat{X}_i = \sum_{j=1}^k x_j^i B_j \quad (24)$$

et l'erreur de troncature donnée par la différence :

$$\Delta X_i = X_i - \hat{X}_i = \sum_{j=K+1}^N x_j^i B_j \quad (25)$$

L'importance de cette erreur est évaluée par le carré du module de ΔX_i et son incidence sur l'ensemble des vecteurs aléatoires est donnée par la moyenne d'ensemble ϵ :

$$\epsilon = E \left| \Delta X^T \Delta X \right| = E \left| \sum_{j=K+1}^N x_j^i{}^2 \right| \quad (26)$$

en reportant (23) dans cette équation :

$$\epsilon = E \left| \sum_{j=K+1}^N (X_i^T B_j)^T (X_i^T B_j) \right| = E \left| \sum_{j=K+1}^N B_j^T X_i^T X_i B_j \right| \quad (27)$$

soit :

$$\epsilon = \sum_{j=K+1}^N B_j^T E \left| X_i^T X_i \right| B_j \quad (28)$$

expression où apparaît la matrice de covariance ($\sum$) de l'ensemble de vecteurs aléatoires :

$$\epsilon = \sum_{j=k+1}^N B_j^T (C) B_j . \quad (29)$$

Un système de coordonnées est optimal si l'erreur de troncature ϵ est minimale. Compte-tenu de l'orthogonalité de la base (B_j) il faut, en fait, minimiser simultanément les $N-k+1$ quantités :

$$B_j^T (C) B_j \quad (30)$$

Le problème est de spécifier quelle base (B_j) permet de satisfaire simultanément ce système d'équations, sachant que les vecteurs de base sont soumis à la contrainte d'être orthogonaux :

$$B_m^T \cdot B_n = \delta_{mn}, \text{ avec } \quad (31)$$

$$m, n = 1, \dots, N .$$

Ce problème est résolu par la méthode des multiplicateurs de Lagrange. En introduisant le multiplicateur μ associé à la contrainte (31), le vecteur B_j qui satisfait simultanément (30) et (31) répond à :

$$\frac{\partial}{\partial B_k^T} \left[\sum_{j=k+1}^N B_j^T (C) B_j - \mu B_m^T \cdot B_n \right] \quad (32)$$

qui se réduit à :

$$(C) B_k - \mu B_k = 0 \quad (33)$$

$$\text{Soit :} \quad (C) B_k = \mu B_k \quad (34)$$

[illegible]

(continued)

Number of hauls	<i>P. setiferus</i> (%)	<i>P. setiferus</i> + <i>P. setiferus</i> + <i>P. setiferus</i> (%)
1	10	5
2	30	10
3	50	15
4	70	18
5	85	20
6	90	22
7	95	23
8	98	24
9	100	25
10	100	26

[illegible]

C'est précisément l'équation qui définit le kème vecteur propre μ_k de la matrice de covariance (Σ) ; μ est identique à la valeur propre λ_k .

Compte tenu de (34) l'erreur de troncature minimale possible est celle commise dans la base des vecteurs propres. Sa valeur est :

$$\epsilon_{\min} = \sum_{k=1}^N \lambda_k \quad (35)$$

Cette erreur prendra sa valeur minimale si les valeurs propres sont rangées en ordre décroissant (équation 21).

Première propriété :

La base des vecteurs propres minimise l'erreur de troncature. Cette erreur est évaluée par la somme des valeurs propres associées aux vecteurs propres éliminés.

La seconde propriété de la base des valeurs propres concerne la dispersion des projections des données dans cette base.

La dispersion $\overline{d^2}$ est définie comme la valeur moyenne du carré de la distance entre tous les couples de vecteurs aléatoires possibles :

$$\overline{d^2} = E \left| (X_i - X_k)^T (X_i - X_k) \right| \quad (36)$$

Cherchons la base (B_j) qui rende cette dispersion maximale. Les vecteurs aléatoires sont représentés par le développement (22) L'expression (36) peut s'écrire :

$$\overline{d^2} = E \left| X_i^T X_i + X_k^T X_k \right| - E \left| X_k^T X_i + X_i^T X_k \right| \quad (35)$$

l'expression se réduit à :

$$\overline{d^2} = 2E |X^T X| = 2 E |x_1^2 + \dots + x_N^2| = 2 \sum_{j=1}^N \sigma_{jj}^2 \quad (37)$$

où apparaît la somme des variances qui n'est rien d'autre que la trace de la matrice de covariance (C). Un élément σ_{jj}^2 de la diagonale peut être défini par :

$$\sigma_{jj}^2 = B_j^T (C) B_j \quad (38)$$

et la dispersion prend la forme :

$$\overline{d^2} = 2 \sum_{j=1}^N B_j^T (C) B_j \quad (39)$$

Le problème est de trouver la base qui maximise (39), compte tenu des équations de liaison (31) qui impose l'orthogonalité de la base. La méthode des multiplicateurs de Lagrange s'applique encore ici, sur des relations identiques à celles établies pour l'erreur de troncature (29). La solution est donc la même.

Seconde propriété :

La base des vecteurs propres maximise la dispersion des données. L'erreur commise sur la dispersion en se limitant aux premiers vecteurs propres est :

$$\epsilon_d^2 = 2 \sum_{d=k+1}^N \lambda_j \quad (40)$$

La troisième propriété de la base des vecteurs propres concerne la quantité d'information retenue dans une troncature donnée. La démonstration

It is essential for the company to have a clear understanding of its financial position at all times. This requires a thorough review of the accounts and a regular reconciliation of the books. The accounting department is responsible for providing the necessary information to management to enable them to make informed decisions.

Financial Reporting

The following table shows the results of the financial reporting process for the year ended 31st December 2023.

Item	Amount
Revenue	1,234,567
Expenses	876,543
Profit	358,024

The revenue for the year was significantly higher than in the previous year, due to a combination of factors including increased sales volume and higher prices. However, the expenses also increased, primarily due to higher costs of raw materials and increased depreciation. The overall profit was satisfactory, but there is still a need to control costs and improve efficiency in the production process.

Conclusion

In conclusion, the financial reporting process is a critical part of the company's operations. It provides management with the information they need to make decisions about the future of the company. The accounting department plays a key role in this process, and it is essential that they maintain the highest standards of accuracy and integrity.

complète a été établie par Watanabe (17). En raison de sa longueur, seules les principales étapes figurent ici :

la pseudo entropie θ de la base (B_j) est définie comme :

$$\theta = - \sum_{j=1}^N \rho_j \log(\rho_j) \quad (41)$$

où ρ_j joue le rôle de poids spécifique (équivalent à une probabilité) de la j ème coordonnées, évalué comme le rapport de sa variance σ_{jj}^2 à la somme des variances des coordonnées :

$$\rho_j = \frac{\sigma_{jj}^2}{\sum_{k=1}^N \sigma_{kk}^2} \quad (42)$$

Le même type de calcul que ceux développés précédemment aboutit à la conclusion suivante :

Troisième propriété :

La pseudo entropie de la base des vecteurs propres est maximale par rapport à celle de tout autre système de coordonnées. La fraction de pseudo entropie perdue par sélection des k premières valeurs propres s'exprime par :

$$\epsilon_{\theta}^2 = \sum_{j=k+1}^N - \lambda_j \log(\lambda_j) \quad (43)$$

II.2.3. APPLICATION DES PROPRIETES DE LA BASE DES VECTEURS PROPRES EN RECONNAISSANCE DES FORMES

La base des vecteurs propres de la matrice de covariance d'un ensemble de données aléatoires permet de conserver la meilleure représentation de ces données tout en travaillant avec un nombre réduit de variables indépendantes.

Les vecteurs propres sont associés aux variables qui gouvernent l'évolution propre de l'ensemble de données aléatoires. Ils sont statistiquement décorrélés et représentent chacun une composante statistique indépendante qui contribue à définir cet ensemble.

Les vecteurs propres dominants sont sélectionnés en accord avec l'importance relative des valeurs propres correspondantes. En se limitant à un nombre réduit de vecteurs propres, l'erreur de troncature sur la description des données est minimale, la dispersion des données est maximale et la quantité d'information retenue (assimilable à la pseudo entropie) est maximale. Le nombre de vecteurs propres à conserver est fixé par l'importance des erreurs tolérables à priori.

Passer de l'analyse des données dans un système de coordonnées quelconque à celle effectuée dans l'espace réduit, limité aux vecteurs propres dominants simplifiera considérablement la mise en oeuvre des procédures de reconnaissance des formes. L'application à la classification des clichés aériens initialement décrits dans la base des fréquences spatiales, conduit à la séparation de différentes structures géométriques présentes dans le cliché.

II.3 TRAITEMENT STATISTIQUE DE CLICHES AERIENS PAR TRANSFORMATION DE KARHUNEN-LOEVE

Deux caractéristiques spectrales d'un cadastre ont été définies au chapitre précédent :

- il s'agit du spectre d'un réseau
- ce spectre s'oriente suivant une direction parallèle à celle du cadastre.

La première fournit un critère qui permet de séparer deux cadastrations de même orientation, mais de contenu spectral différent. La seconde conduit à séparer deux cadastrations d'orientation différente, quelque soit leur contenu spectral (donc leur structure géométrique). Le premier chapitre a présenté un traitement analogique efficace quand le critère d'orientation est suffisant. Dans certains cas les cadastrations en présence ont de faibles différences d'orientation et de faibles différences de contenu spectral. Il peut s'agir, par exemple d'une cadastration moderne approximativement alignée sur la cadastration romaine lacunaire et mal conservée. Le spectre de Fourier d'un cliché aérien correspondant à une telle situation prend l'aspect d'un éventail de directions sans caractéristiques particulières. Si des indices recueillis par les historiens laissent prévoir l'existence des vestiges romains, il faut être capable d'en détecter la direction et le contenu spectral. Le fait même que ces éléments n'apparaissent pas nettement dans le spectre de Fourier indique que la cadastration romaine a perdu une partie de sa structure périodique : elle est devenue une structure à caractère aléatoire, mélangée à la cadastration moderne qui présente également une structure aléatoire, mais avec d'autres propriétés statistiques. Le problème de l'identification se pose typiquement en termes de reconnaissance des formes statistiques. On voit immédiatement que la transformation de Karhunen-Loève s'applique.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
DEPARTMENT OF CHEMISTRY

REPORT OF THE COMMITTEE ON THE PROGRESS OF THE
RESEARCHES OF THE DEPARTMENT OF CHEMISTRY

FOR THE YEAR 1900-1901
PRESENTED TO THE FACULTY OF THE UNIVERSITY OF CHICAGO

The following is a summary of the researches of the Department of Chemistry for the year 1900-1901. The work has been carried on in the following fields: Organic Chemistry, Inorganic Chemistry, Physical Chemistry, and Analytical Chemistry. The results of the researches are given in the following tables.

Field of Research	Principal Researches	Principal Results
Organic Chemistry	1. Synthesis of new compounds. 2. Study of the properties of known compounds. 3. Study of the reactions of known compounds.	1. New compounds synthesized. 2. Properties of known compounds determined. 3. Reactions of known compounds studied.
Inorganic Chemistry	1. Study of the properties of new compounds. 2. Study of the reactions of new compounds.	1. Properties of new compounds determined. 2. Reactions of new compounds studied.
Physical Chemistry	1. Study of the properties of new compounds. 2. Study of the reactions of new compounds.	1. Properties of new compounds determined. 2. Reactions of new compounds studied.
Analytical Chemistry	1. Study of the properties of new compounds. 2. Study of the reactions of new compounds.	1. Properties of new compounds determined. 2. Reactions of new compounds studied.

The following is a summary of the researches of the Department of Chemistry for the year 1900-1901. The work has been carried on in the following fields: Organic Chemistry, Inorganic Chemistry, Physical Chemistry, and Analytical Chemistry. The results of the researches are given in the following tables.

Pour des raisons de faisabilité, on a vu qu'il est préférable de travailler sur des vecteurs aléatoires que sur des fonctions aléatoires continues. Le spectre de Fourier du cliché aérien est une somme de fonctions aléatoires bidimensionnelles continues. Il faut donc l'échantillonner et définir les vecteurs aléatoires qui seront soumis à l'analyse statistique. L'introduction d'une base discrète est nécessaire. Deux solutions se présentent :

- l'objet statistique est une direction spectrale. Les variations de l'intensité du spectre le long de cette direction sont échantillonnées en un certain nombre de points, correspondant à des fréquences spatiales croissantes. La direction est représentée par le vecteur ayant pour composantes les intensités lumineuses mesurées aux fréquences spatiales successives. La base est celle des fréquences spatiales, c'est-à-dire une famille de cercles concentriques dont le rayon est égal à la fréquence spatiale échantillonnée (fig. 18).

- l'objet statistique est la fréquence spatiale. A une même fréquence spatiale fixée correspondent différentes valeurs de l'intensité spectrale, suivant la direction considérée. La base est alors un éventail de direction (fig. 18) séparées d'un intervalle angulaire fixé et couvrant le plan de Fourier. Une fréquence spatiale est représentée par un vecteur ayant pour composantes les valeurs de l'intensité lumineuse sur chacune des directions d'échantillonnage.

Les deux types de descriptions sont a priori équivalentes. La première semble mieux adaptée au cas de la séparation de cadastrations ayant une séparation angulaire faible, mais de différences statistiques suffisantes pour que les fluctuations mesurables de leur contenu spectral permettent leur séparation.

La transformation de Karhunen-Loève a été appliquée sur les deux bases spectrales envisagées. Les résultats sont présentés dans ce qui

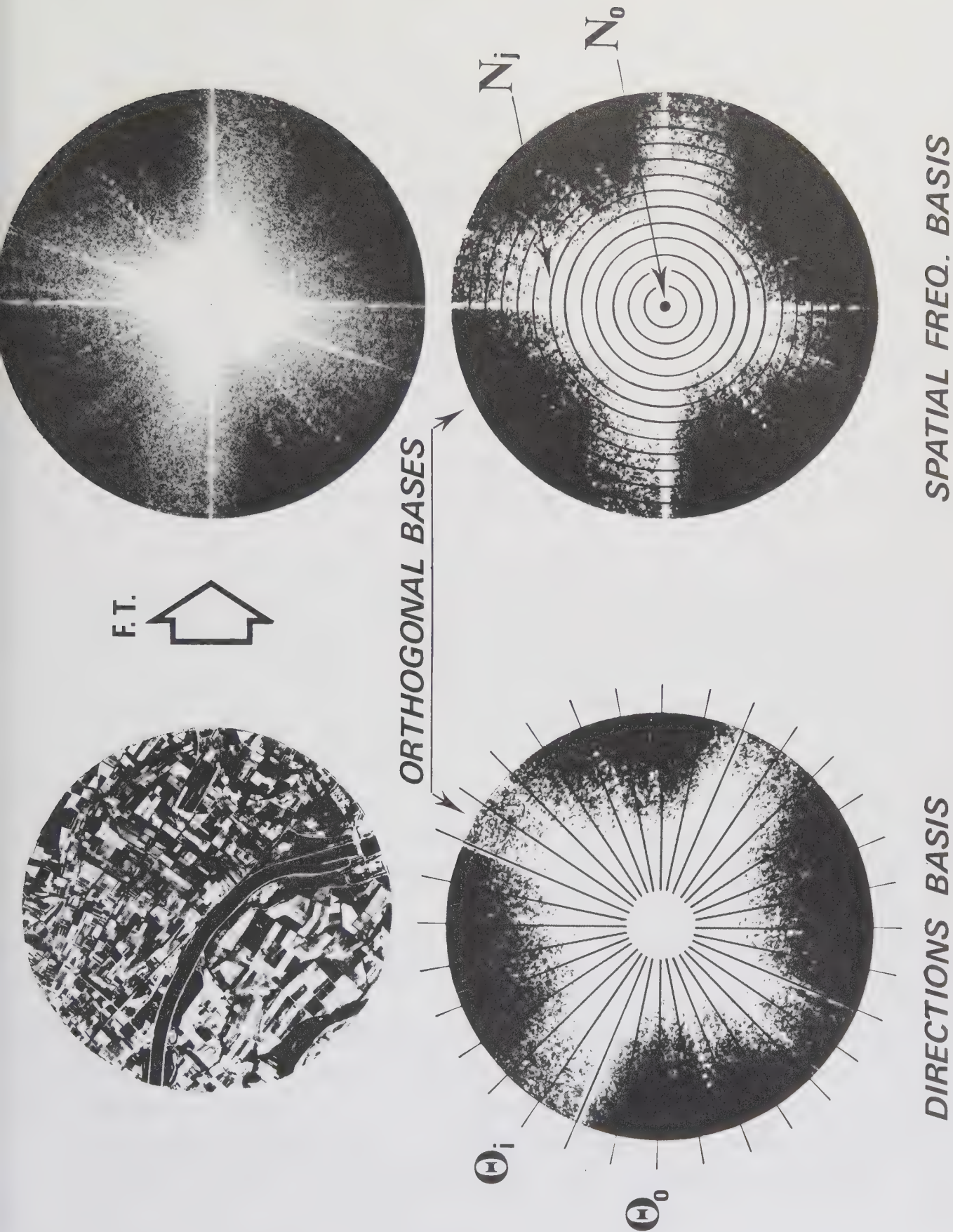


Figure 18

suit après la description de l'échantillonnage des données dans le spectre de Fourier des clichés aériens.

Remarque sur l'échantillonnage des spectres de Fourier

On peut poser la question de déterminer l'échantillonnage optimal dans le plan de Fourier. Le théorème de Shannon fixe le nombre minimum d'échantillons à prélever (nombre de "degrés de liberté"), compte tenu de la bande passante et de la longueur du signal. Usuellement l'échantillonnage est périodique sans raison déterminante. Deux questions sont soulevées à ce sujet : (a) celle de l'économie, le nombre de degrés de liberté étant souvent très élevé ; (b) celle de l'adaptation de la densité d'échantillons en fonction des variations de la grandeur à échantillonner.

Les propriétés de la TKL indiquent clairement qu'à un taux d'économie fixé, c'est-à-dire avec un nombre de coordonnées limité a priori, l'erreur de troncature est minimale dans la base des vecteurs propres. En conséquence la répartition de l'échantillonnage de départ n'a aucune importance. Il est inutile de chercher à adapter la densité d'échantillonnage aux fluctuations du signal : le seul système de coordonnées adapté aux variations statistiques est celui des vecteurs propres et non pas un échantillonnage spatial aussi compliqué soit-il. La sélection des vecteurs propres dominants garantit à elle seule la minimisation de l'erreur. Cette remarque sera illustrée et mise à profit au chapitre suivant.

II.3.1. SAISIE DES DONNEES

L'intensité lumineuse (seule grandeur directement accessible au capteur) est mesurée en un certain nombre de points du spectre du cliché aérien considéré. A cet effet une photodiode, fixée sur une platine de translation micrométrique, est déplacée le long d'un axe horizontal du plan de Fourier, passant par l'axe optique. Le spectre est analysé direction

après direction, en faisant tourner le cliché sur lui-même dans le plan objet de la lentille réalisant la transformation de Fourier. 36 directions espacées de 5° sont ainsi successivement déterminées par l'échantillonnage de l'intensité lumineuse en 44 fréquences spatiales. Le pas d'échantillonnage est fixé à 1mm pour correspondre à la fréquence $1/710 \text{ m}^{-1}$ ramenée à l'échelle des unités du terrain (la longueur de 710 m est d'après les spécialistes une distance romaine caractéristique bien conservée jusqu'à nos jours). La dynamique de la photodiode ne permet pas l'évaluation des intensités lumineuses sur toute l'étendue du spectre. La première mesure est faite à 1,25 mm du centre du spectre, la 44ème à 10,75 mm, couvrant la bande : $(1/142 \text{ m}^{-1}, 1/16 \text{ m}^{-1})$ exprimée en unités "terrain". Le choix de cette bande tient compte des variations spectrales observables, le bruit paraissant dominant au delà de cette limite.

Du point de vue expérimental, les clichés I.G.N. sont réduits au format 20 x 20 mm sur microfilm. La bande de fréquences effective est donc $(7 \text{ mm}^{-1}, 57 \text{ mm}^{-1})$, correspondant à des détails du cliché dont la dimension varie de 17 μm à 0,15 mm. L'opération de saisie des données est relativement longue (3 heures) avec les moyens actuels du laboratoire. La question de la stabilité se pose d'autant plus que le laser utilisé n'est pas asservi en puissance. La mesure de l'intensité de la même fréquence spatiale répétée à intervalles réguliers montre une fluctuation maximale de l'ordre de 10%. Ce chiffre donne une évaluation de la précision de la saisie.

Deux clichés aériens ont été traités. Le premier est désigné dans la nomenclature de l'I.G.N. par "3038, 1970 : Montélimar 033". Il correspond aux cartes d'Etat Major I.G.N. n° 5 et 6 de Montélimar. Le second est le cliché "3040, 1970 Orange 007", recouvrant les cartes I.G.N. n° 1-2 et 3-4. Dans les deux cas des indices permettent d'établir l'existence de vestiges de cadastration romaine.

A l'issue de la saisie des données on dispose pour chaque cliché de 36 x 44 valeurs échantillonnées de l'intensité spectrale. Elles permettent de définir soit 36 directions spectrales comme vecteurs aléatoires à 44 dimensions exprimés dans une base de fréquences spatiales, soit 44 fréquences spatiales comme vecteurs aléatoires à 36 composantes dans une base de directions (figure 18).

La transformation de Karhunen-Loève est appliquée successivement à ces deux ensembles aléatoires. Les résultats et la classification correspondants sont présentés dans les deux paragraphes suivants.

II.3.2. ANALYSE STATISTIQUE DES DIRECTIONS DANS LA BASE DES FREQUENCES SPATIALES

On dispose de 36 vecteurs à 44 composantes, représentant les 36 directions. Avant d'appliquer le traitement statistique il faut décider quel type d'information est à mettre en évidence. Si les résultats de mesure sont traités directement, les différences globales d'intensité susceptibles d'intervenir entre les directions du spectre joueront le rôle de paramètre déterminant. Deux directions ayant le même contenu spectral - donc correspondant à la même structure géométrique - seront bien séparées par l'analyse statistique si le niveau général de l'intensité spectrale est supérieur pour l'une d'elles. Réciproquement deux directions ayant le même niveau général d'intensité lumineuse, mais avec des contenus spectraux différents, ne seront pas séparées. Ainsi, pour netenir compte que des différences de contenu spectral (celles qui donnent au spectre de Fourier son profil de variation) convient-il de normaliser chaque série de 44 mesures en les divisant par leur norme . Les vecteurs représentant chaque direction auront alors toutes leurs composantes comprises entre 0 et 1.

Ces deux types d'approche ont été mise en oeuvre sur les clichés considérés.

(a) Montélimar 033

La première étape de la mise en oeuvre de la transformation de Karhunen-Loève consiste à étudier la répartition des valeurs propres afin de déterminer l'existence et le nombre de vecteurs propres utiles sur le critère de la présence de valeurs propres dominantes. Les 1ères valeurs propres de la matrice de covariance des 36 directions non-normalisées sont présentées

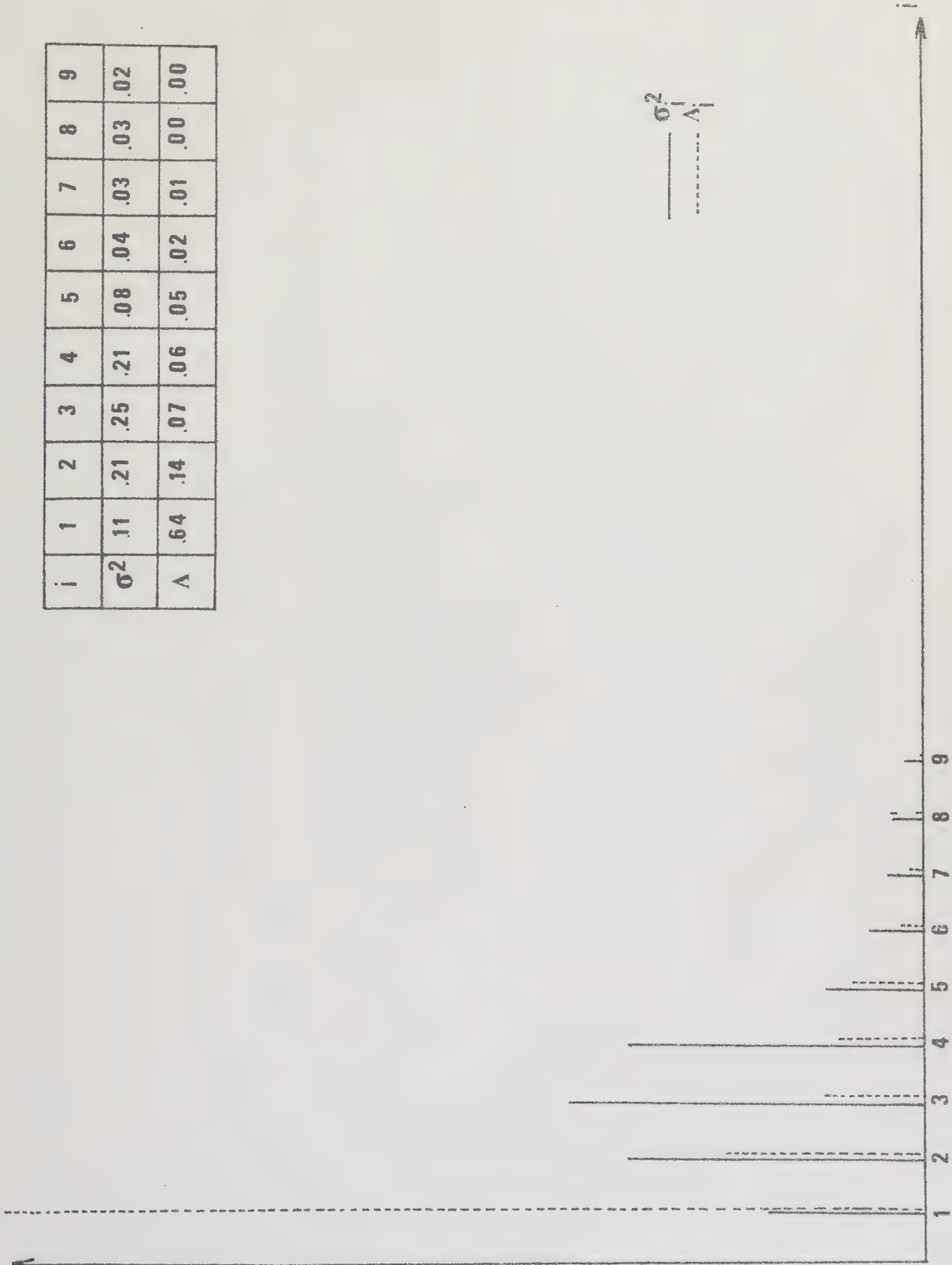
figure 19, ainsi que les 1^o variances σ_{jj}^2 de la base des fréquences spatiales, à titre de comparaison. On constate que l'information est beaucoup plus concentrée dans le premier cas - les deux premières valeurs propres représentant 78% du total. Il peut en être conclu que les deux premiers vecteurs propres sont capables de séparer au maximum les données suivant une caractéristique à identifier. La projection des 36 directions dans le plan de ces deux vecteurs est présentée figure 20. Il y a deux classes de directions, la première groupant les directions n° 33-34-35-36 et la seconde le reste.

Lorsque les composantes des vecteurs-directions sont normalisées, comprises entre 0 et 1, les valeurs propres de la nouvelle matrice de covariance prennent une distribution un peu plus dissipée (figure 21) ainsi que les variances sur les coordonnées initiales. Néanmoins les deux premières valeurs propres concentrent 74% de l'information. La projection des directions dans le plan des deux vecteurs propres associés montre (figure 22) une configuration de classe identique à la précédente. On peut conclure que pour le cliché Montélimar 033 les directions 33-34-35-36 sont remarquables tant du point de vue des différences globales d'intensité spectrale que de celui du profil de variation de leur contenu spectral.

(b) Orange 007

Les mêmes études comparatives ont été réalisées ici que sur le cliché précédent. La figure 23 montre la distribution des valeurs propres et des variances initiales dans le cas où les directions ne sont pas normalisées : 83% de l'information est concentrée par les deux premières valeurs propres (alors que l'on arrive au mieux à réunir 53% de la variance sur deux coordonnées). La figure 24 présente la projection des directions dans le plan des deux vecteurs propres dominants ; trois classes de directions sont nettement séparées : d'une part 1-2-3-4-34-35-36, d'autre part 9-10-11-12-13-14-16-17, enfin le reste.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
σ^2	.11	.21	.25	.21	.08	.04	.03	.03	.02
Λ	.64	.14	.07	.06	.05	.02	.01	.00	.00



Variances et valeurs propres principales

Figure 19

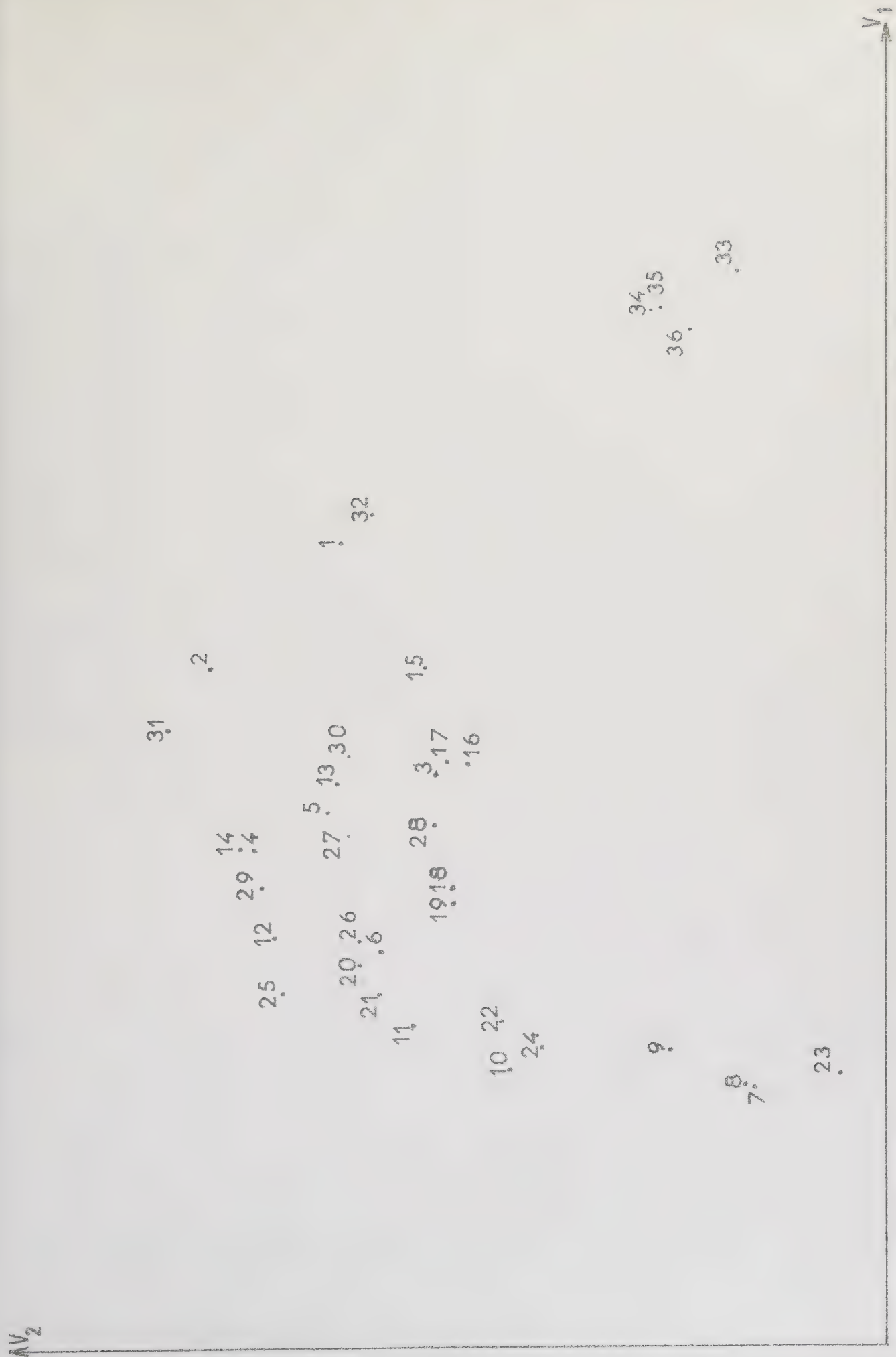
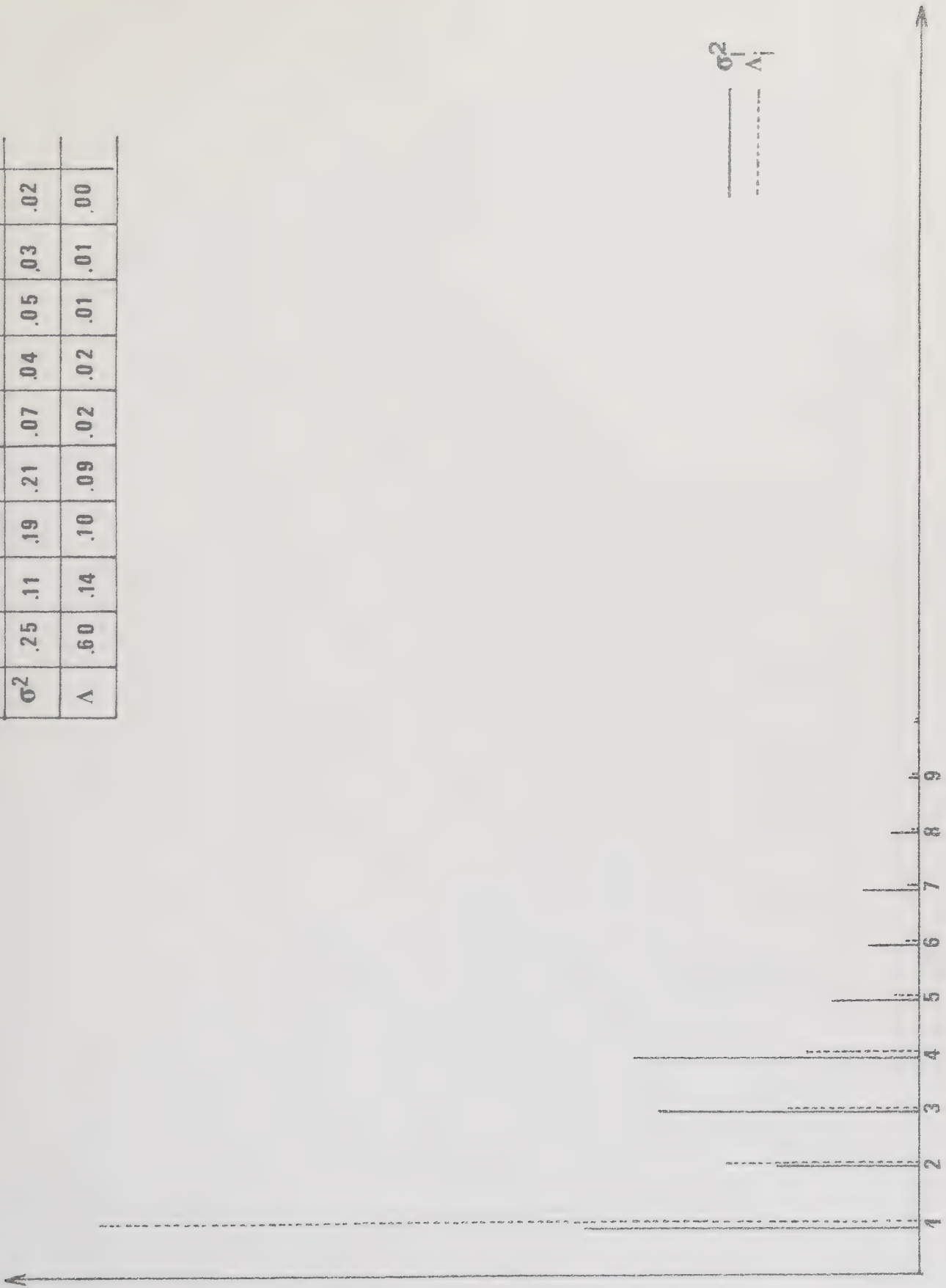


Figure 20

Projection des échantillons sur les deux premiers vecteurs propres

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
σ^2	.25	.11	.19	.21	.07	.04	.05	.03	.02
Λ	.60	.14	.10	.09	.02	.02	.01	.01	.00



Variances et valeurs propres principales

Figure 21

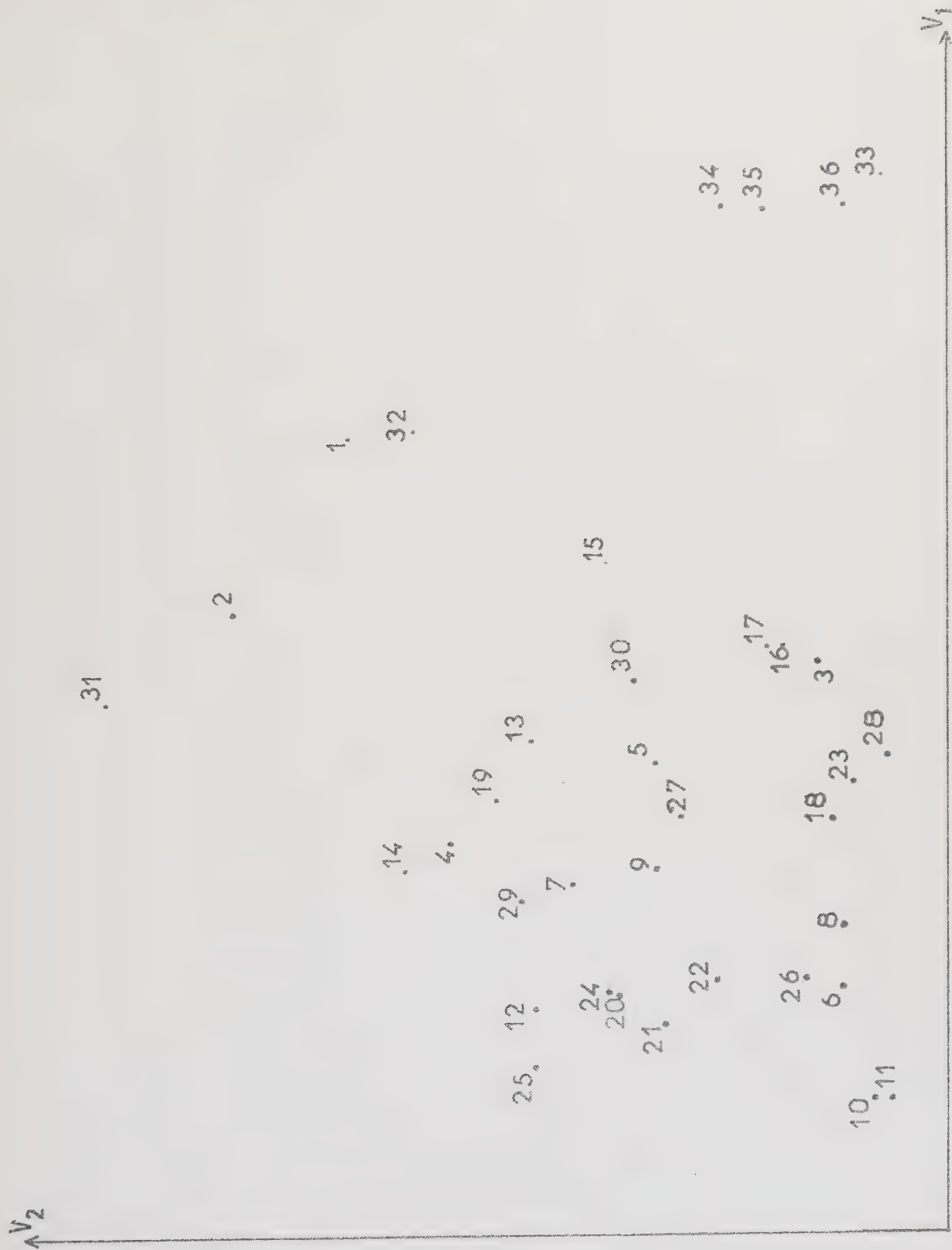
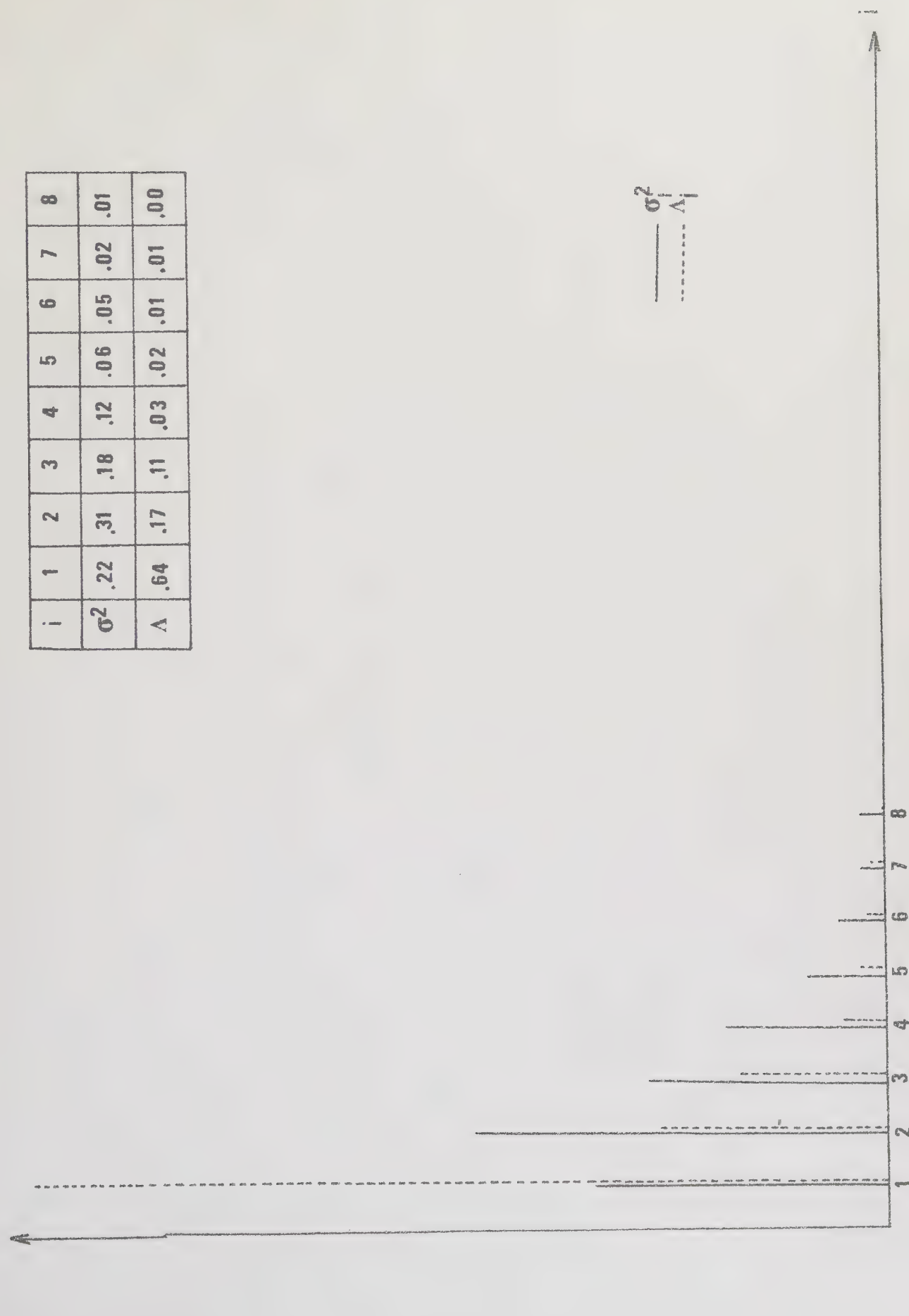


Figure 22

Projection des échantillons sur les deux premiers vecteurs propres

i	1	2	3	4	5	6	7	8
σ^2	.22	.31	.18	.12	.06	.05	.02	.01
Λ	.64	.17	.11	.03	.02	.01	.01	.00



Variances et valeurs propres principales

Figure 23

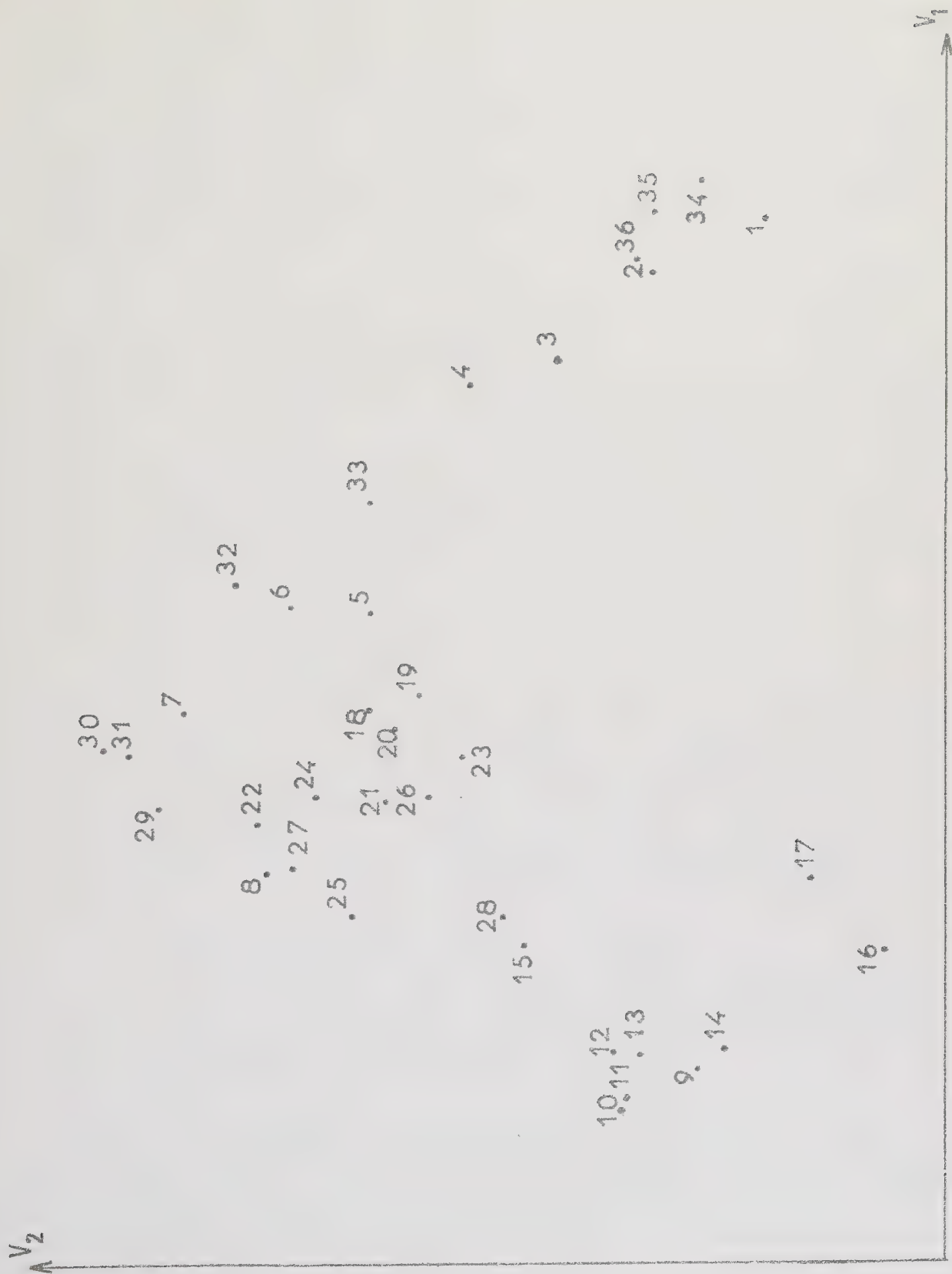


Figure 24

Projection des échantillons sur les deux premiers vecteurs propres

La figure 25 schématise la distribution des valeurs propres et des variances initiales dans le cas où les composantes des vecteurs-directions sont normalisées. Les deux premières valeurs propres regroupent 84% de l'information. La projection des directions dans le plan des vecteurs propres associés ne montre plus, par rapport au cas précédent, que deux classes distinctes, l'une d'elles comprenant les directions 2-3-34-35-36- (figure 26).

La comparaison des résultats correspondants à l'absence de normalisation puis à la normalisation permet de conclure, pour ce cliché, qu'il y a deux classes de directions du point de vue du profil des variations spatiales - c'est-à-dire de la structure des répartitions géométriques qui leur sont associées - alors qu'il y en a trois du point de vue des variations globales d'intensité - le groupe de directions 9-....-17 ne se distingue du reste que par des différences d'intensité et non pas par des différences de structure.

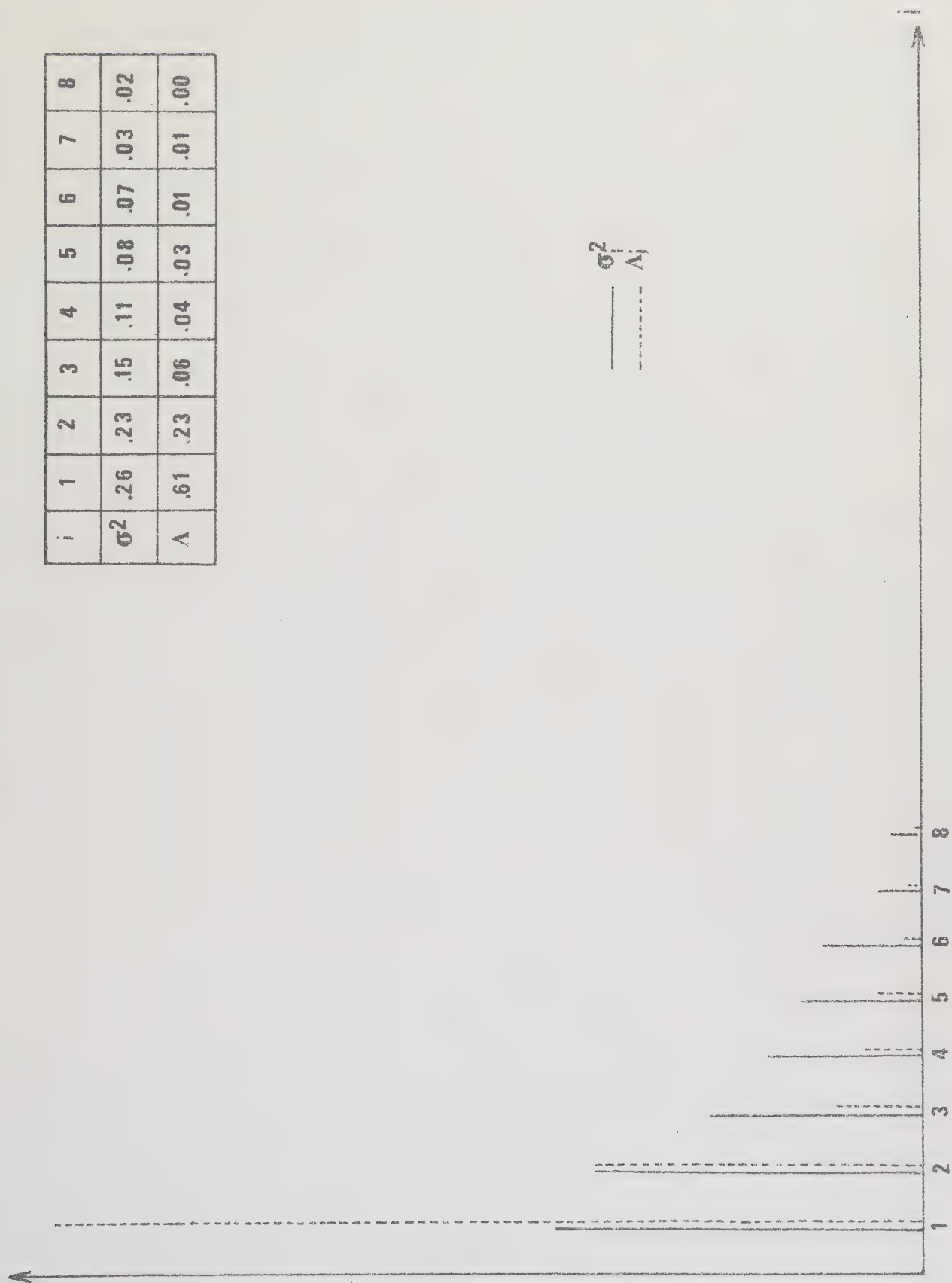
PREMIERES CONCLUSIONS

L'application de la transformation de Karhunen-Loève aux directions des deux clichés conduit à la mise en évidence de différentes classes de directions. Il reste à décider si ces classes peuvent être identifiées à la cadastration moderne et à la cadastration romaine, respectivement. Les deux clichés ont été soumis aux historiens. Les directions romaines sont :

- pour Montélimar 033 : les n° 1-36-35-34
- pour Orange 007 : les n° 35-36- d'une part, 2-3 d'autre part, la direction n° 1 étant considérée comme la séparation entre ces deux cadastres romains.

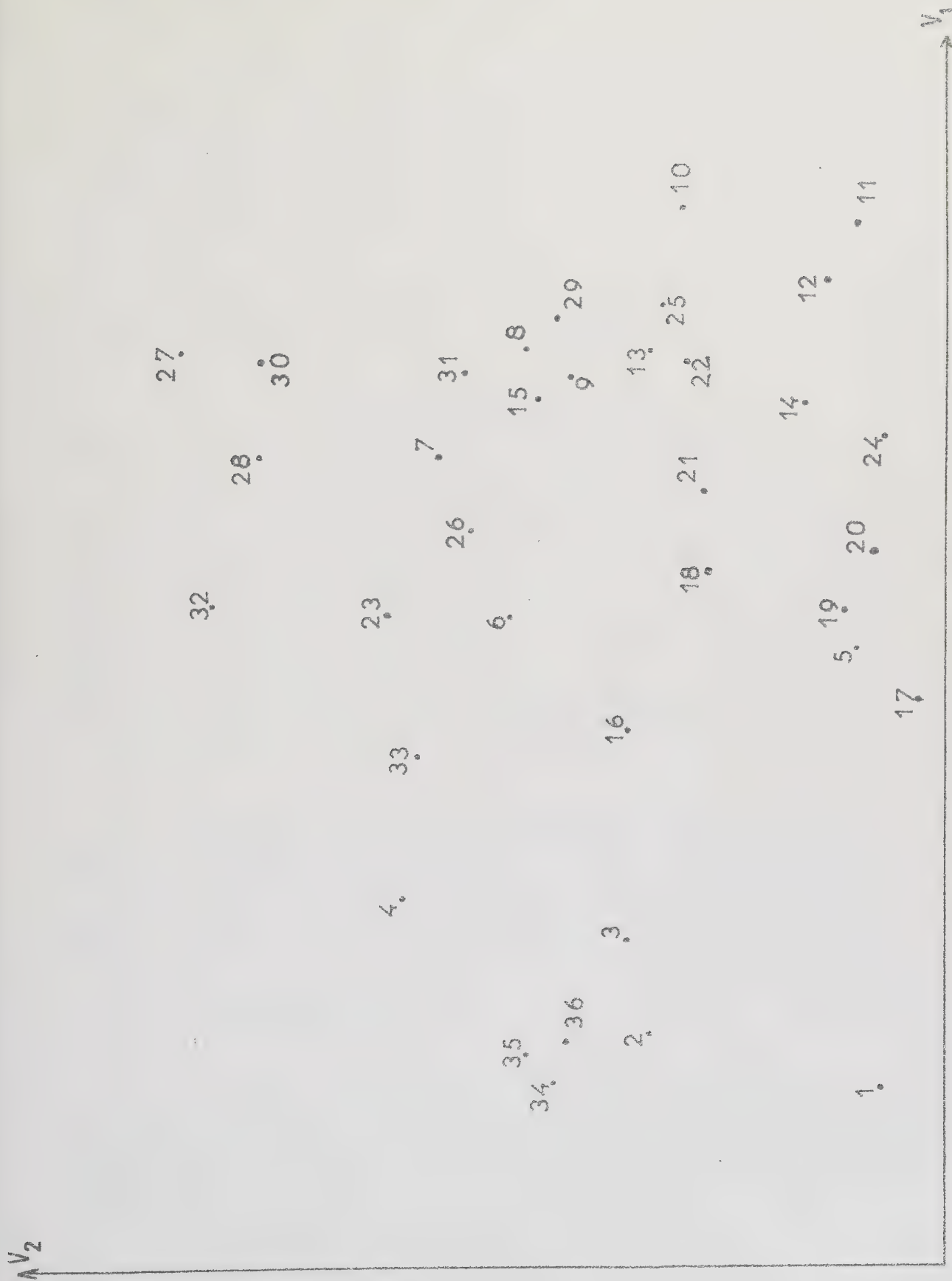
Ces indications sont en accord avec les résultats obtenus. On pouvait cependant s'attendre à ce que qu'une cadastration romaine, réseau bidimensionnel, soit caractérisée par deux directions orthogonales ayant

i	1	2	3	4	5	6	7	8
σ_i^2	.26	.23	.15	.11	.08	.07	.03	.02
Λ	.61	.23	.06	.04	.03	.01	.01	.00



Variances et valeurs propres principales

Figure 25



Projection des échantillons sur les deux premiers vecteurs propres

Figure 26

le même contenu spectral. De tels groupements n'ont pas été mis en évidence par analyse statistique. En fait les directions orthogonales de la cadastration romaine ne sont pas équivalentes, car les clichés considérés se structurent autour d'axes privilégiés (voies de communication Nord/sud dans la vallée du Rhône).

II.3.3 ANALYSE STATISTIQUE DES FREQUENCES SPATIALES DANS LA BASE DES DIRECTIONS

En considérant les directions comme objets d'analyse, il est possible de mettre en évidence un cadastre de faible intensité, mais au contenu spectral caractéristique, si sa séparation angulaire est suffisante. Réciproquement il peut être utile de procéder à une étude des variations du contenu spectral lorsque l'on passe d'une direction à l'autre. Dans ce cas on aura 44 vecteurs-fréquences spatiales décrits dans la base de 36 directions. L'analyse statistique de cet ensemble de vecteurs aléatoires est supposée pouvoir déceler des variations de contenu spectral pour de faibles écarts angulaires. Elle doit fournir des résultats dans le cas de la superposition de deux cadastrations d'orientation voisine.

La démarche appliquée ici est analogue à celle utilisée pour l'étude des directions dans la base des fréquences. Pour chaque cliché on étudiera les résultats de la TKL pour des vecteurs dont les composantes sont normalisées ou non, suivant que l'on veut mettre l'accent sur des variations absolues d'intensité spectrale où sur les profils de variation.

(a) Montélimar 033

La figure 27 montre la distribution des valeurs propres dans le cas où les composantes des vecteurs fréquences spatiales ne sont pas normalisées. La première (92% de l'information) domine tellement les autres qu'on peut s'attendre à ce que seul le premier vecteur propre soit déterminant. La figure 28 montre la projection des 44 fréquences spatiales dans le plan des deux premiers vecteurs propres. Aucun effet de classification particulier

i	1	2	3
Λ	.92	.06	.01

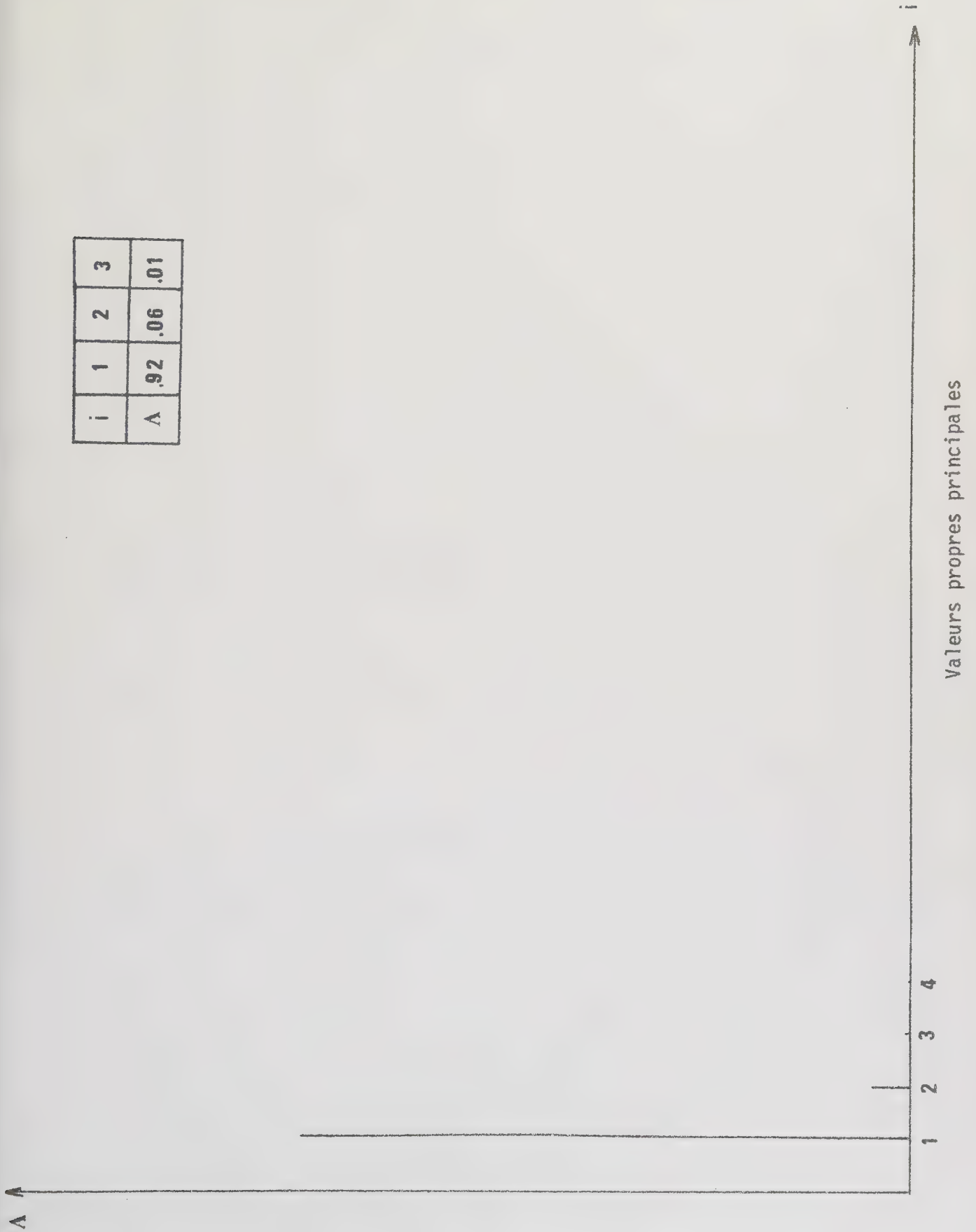


Figure 27



Projection des échantillons sur les deux premiers vecteurs propres

Figure 28

n'est apparent : les fréquences spatiales semblent s'ordonner uniquement suivant la valeur de leur norme.

Lorsque les composantes de vecteurs fréquences-spatiales sont normalisées la distribution des valeurs propres devient plus uniforme (figure 29) puisqu'il faut faire la somme des 13 premières valeurs propres pour obtenir 91% de l'information. Cette fois la trop grande dispersion des valeurs propres interdit de sélectionner deux vecteurs propres pour une projection plane des fréquences spatiales. La projection dans l'espace des trois premiers vecteurs propres est donnée figure 30. Elle montre l'existence d'un groupe de moyennes fréquences (n° 22 et 23) et d'un groupe de basses fréquences (n° 2 à 6) séparés du reste.

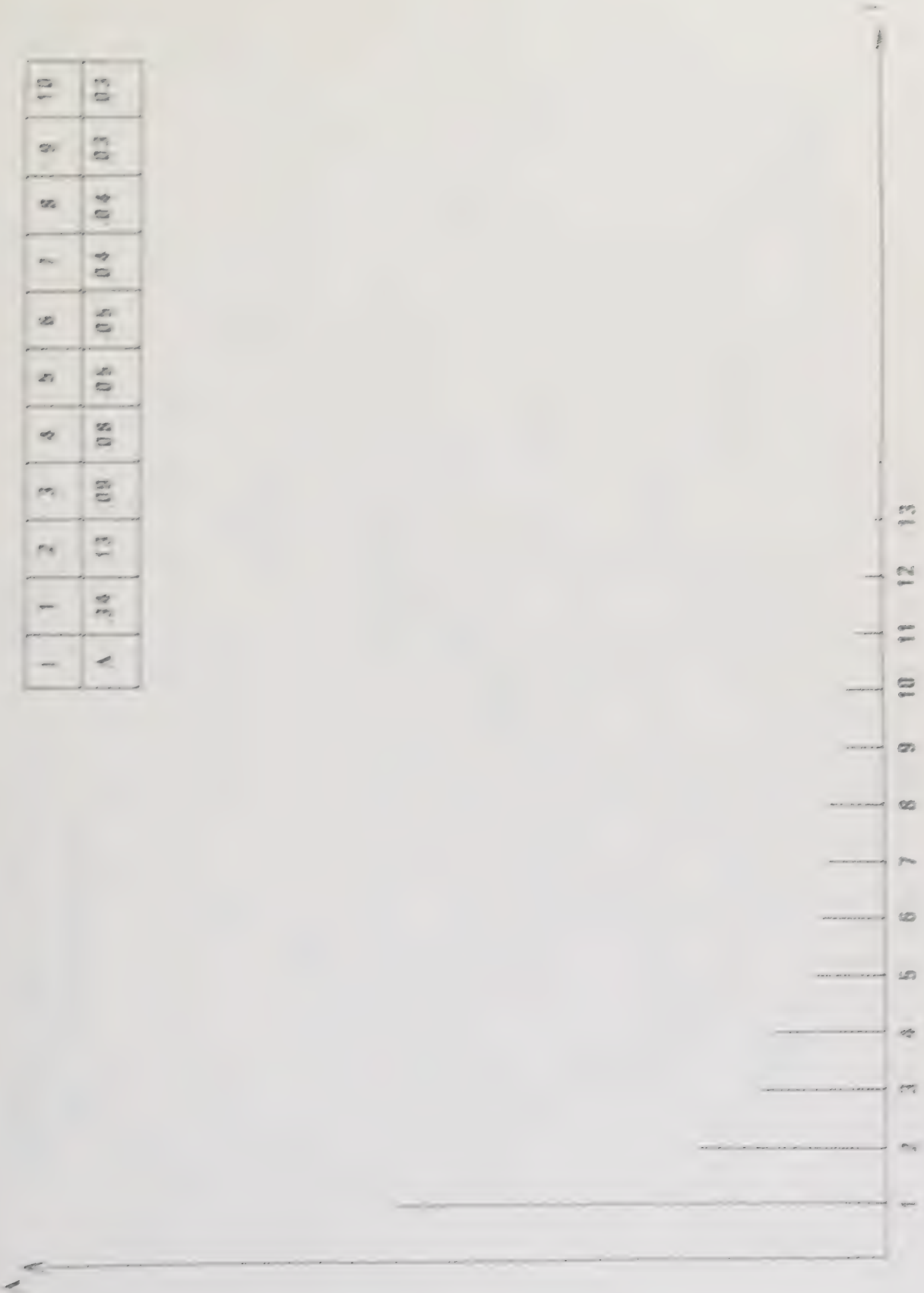
(b) Orange 007

Lorsque les composantes des fréquences ne sont pas normalisées, on obtient une valeur propre dominante qui porte 94% de l'information. La distribution des valeurs propres correspondant au cas de la normalisation est donnée figure 31 : elles sont également très dispersées, puisque la somme des 12 premières valeurs propres ne représente que 91% de l'information.

(c) CONCLUSIONS

Les résultats qui proviennent de l'analyse des fréquences spatiales montrent qu'il n'y a pas de phénomène statistique marqué au sujet de leur évolution : ou bien c'est la norme qui joue le rôle décisif, ou bien les caractéristiques sont tellement dispersées qu'aucun paramètre déterminant ne peut être mis en évidence. C'est donc à l'analyse des directions qu'il faut se reporter pour poursuivre la classification. Cependant la disparité même entre la distribution des valeurs propres dans le cas de la normalisation et au cas contraire montre que 12 à 13 variables indépendantes sont à l'oeuvre dans les fluctuations des fréquences spatiales. Si l'on remonte à la base des directions, ceci signifie qu'au mieux 12 à 13 directions peuvent constituer des variables indépendantes. Réciproquement si l'on se reporte à l'analyse

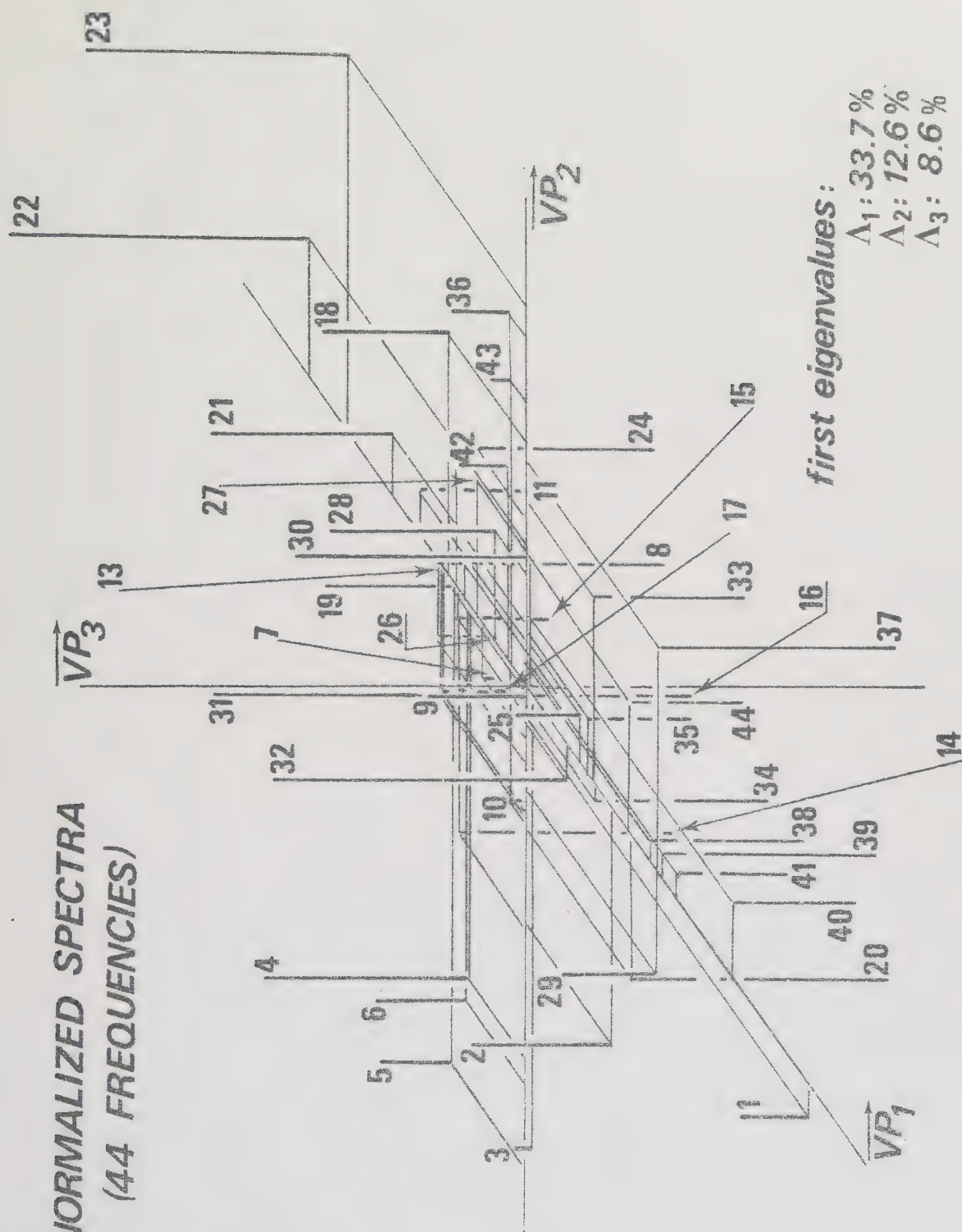
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	.36	.13	.09	.08	.05	.05	.04	.04	.03	.03



values propres principales

Figure 23

NORMALIZED SPECTRA (44 FREQUENCIES)



Projection sur les trois premiers vecteurs propres

Figure 30

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
λ	.40	.21	.06	.05	.04	.04	.03	.03	.02	.02

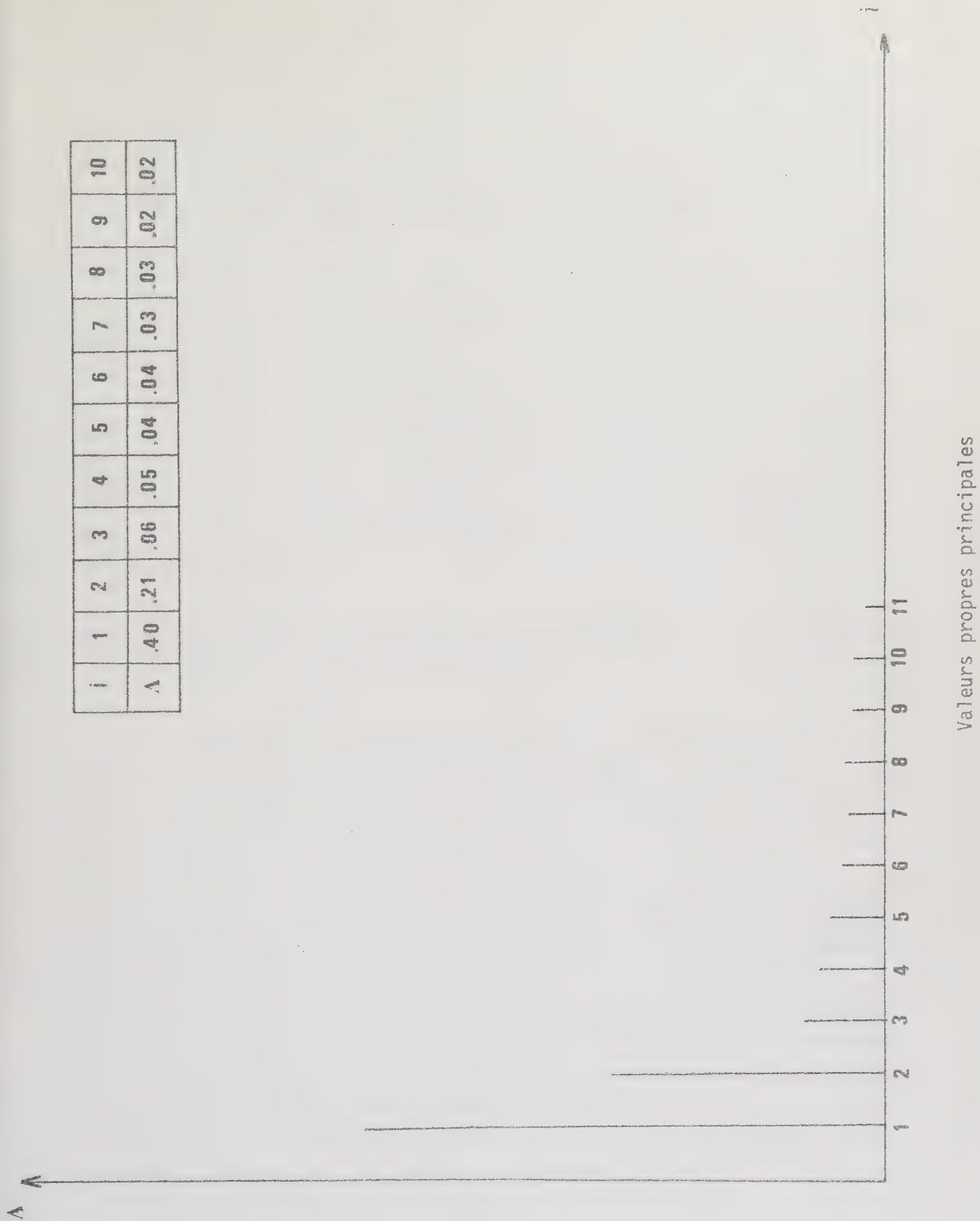


Figure 31

des directions, il fallait 3 ou 4 valeurs propres pour rendre compte de plus de 90% de l'information. Comme il s'agit du même phénomène analysé de façon différente, il faut conclure que sa dimension intrinsèque n'exède pas 3 ou 4.

Cependant il faut rester prudent avec ce genre d'évaluation fondé uniquement sur le fait qu'il faut un certain nombre de valeurs propres pour dépasser 90% de l'information. Le seuil de 90% n'a aucune valeur en lui même et une étude véritable de la dimension intrinsèque doit prendre en considération d'autres critères. Ainsi le même phénomène aura-t-il une dimension apparente égale à 1 au 13 (II.3.3.a) suivant la normalisation appliquée. Le chapitre suivant montrera une approche de la détermination de la dimension intrinsèque d'un spectre de Fourier basé sur des études de stabilité statistique.

II.4 CONVERSION DIGITALE/ANALOGIQUE DES RESULTATS : FILTRAGE STATISTIQUE ADAPTE

La projection des données dans l'espace réduit supporté par les vecteurs propres dominants permet souvent de séparer les classes en présence dans l'ensemble des données. Il est nécessaire de calculer la composante de chaque donnée sur le vecteur propre considéré. La valeur de cette composante est donnée par le produit scalaire entre la donnée et le vecteur propre. Dans le cas des clichés aériens il faut donc multiplier terme à terme le vecteur propre des directions exprimé par ses composantes dans la base des fréquences, par chaque direction, définie par la même base. Cette opération suggère un filtrage des fréquences spatiales : le vecteur propre est représenté par une répartition de transparence placée dans le plan de Fourier d'un corrélateur et le spectre aérien du cliché vient traverser ce filtre, réalisant ainsi la multiplication terme à terme recherchée. La somme de ces produits terme à terme est effectuée par la seconde lentille du corrélateur qui collecte la lumière sortant du filtre. Le produit scalaire est affiché dans le plan de sortie du corrélateur, sous la forme d'une image filtrée. Les composantes

des données sur un vecteur propre dominant traduisent la séparation des classes en présence. Ici l'image filtrée doit montrer une séparation optimale des classes d'éléments présents dans le cliché.

Deux bases spectrales ont été étudiées. Elles donnent lieu à deux types de filtrage statistique adapté. Dans les deux cas il s'agit de filtrage incohérent car tous les calculs ont été conduits à partir de l'intensité spectrale.

II.4.1. FILTRAGE DES DIRECTIONS DANS LA BASE DES FREQUENCES

Dans cette base tous les vecteurs, y compris les vecteurs propres, sont exprimés par la valeur de leur composante sur les 44 anneaux concentriques qui figurent cette base (fig. 18). Ainsi un vecteur propre dominant KL_i et une direction D_j sont-ils décrits par :

$$KL_i = \begin{vmatrix} a_1^i \\ \vdots \\ a_{44}^i \end{vmatrix}, \quad D_j = \begin{vmatrix} d_1^j \\ \vdots \\ d_{44}^j \end{vmatrix} \quad (44)$$

Les composantes d_k^j de la direction D_j sont les mesures de l'intensité lumineuse aux 44 fréquences spatiales successives. En réalisant le produit scalaire $KL_i \cdot D_j$ on pondère chaque intensité échantillonnée d_k^j par la composante a_k^i du vecteur propre :

$$KL_i \cdot D_j = \sum_{k=1}^{44} a_k^i d_k^j$$

Le filtre de fréquences spatiales qui simule un vecteur propre doit donc être équivalent à une succession de zones annulaires dont les transparences en intensité sont proportionnelles aux composantes successives du vecteur propre. La réalisation pratique de ce filtrage à partir du spectre de Fourier aérien (en amplitude) du cliché suppose que l'on travaille fréquence par fréquence, en intensité et sans interférences entre les fréquences transmises. Le filtrage doit être incohérent. Pour atténuer sélectivement chaque fréquence spatiale échantillonnée et décoherer le résultat, un filtre mobile est utilisé (figure 32). La transparence de chaque anneau est simulée par l'ouverture d'un secteur angulaire. Le filtre est tracé à grande échelle puis réduit photographiquement aux dimensions convenables. Il est placé dans le plan de Fourier du corrélateur et mis en rotation sur le porte diapositive tournant décrit au premier chapitre. Le temps de pose pour l'enregistrement de l'image filtrée doit être suffisamment grand devant la durée de révolution du filtre pour assurer que cette image est bien une superposition incohérente d'éléments transmis en intensité.

II.4.2. FILTRAGE DES FREQUENCES SPATIALES DANS LA BASE DES DIRECTIONS

Le principe du filtrage incohérent est le même que précédemment : chaque composante d'un vecteur propre donné est représentée par un secteur circulaire d'ouverture 5° et dont la transparence en intensité est proportionnelle à cette composante. La nécessité d'un filtrage incohérent indique que la lumière issue d'un secteur ne doit pas interférer avec celle issue des autres. Une solution pratique consiste à former l'image filtrée secteur, après secteur (figure 32), comme une superposition incohérente d'images élémentaire. Dans ce cas le temps de pose correspondant à une image élémentaire donnée, formée à travers un secteur déterminé, est proportionnel à la transparence que l'on désire attribuer à ce secteur.

II.4.3. RESULTATS

Les résultats du filtrage optique du cliché Montélimar 033 à travers les premiers vecteurs propres respectifs de la base des fréquences spatiales et de la base des directions sont présentés figure 33. Deux remarques doivent être faites d'entrée (a) les clichés filtrés représentent des images optimales du point de vue de la séparation des classes de fréquences spectrales ou de directions, (b) ils ne doivent pas être tenus pour une représentation fidèle de tous les détails qui constituent un cliché aérien usuel. En particulier la limitation de la bande de fréquences spatiales utilisée, d'une part, et la superposition incohérente d'autre part, contribuent à la disposition des détails dans les images filtrées. L'interprétation d'images optimales du point de vue de la séparation en classes n'est pas usuelle en traitement optique de l'information et demande l'oubli de certains automatismes de pensée (tels que : évaluation subjective de la qualité d'image, recherche du détail, du "piqué" etc) :

- image optimale pour la séparation des classes de fréquences spatiales

Sur l'image filtrée par le premier vecteur propre on constate la présence d'une période dominante. Celle-ci se répartit de façon préférentielle dans la zone de terrain délimitée par la route Nord Sud tangente au Rhône (verticale sur le cliché) et une autre route faisant un angle d'environ 10° avec elle. Elle est totalement absente de la partie droite du cliché, bien que des champs y figurent sur l'original. Elle réapparaît de façon plus organisée sur la partie gauche du cliché où un quadrillage est bien visible. La zone intermédiaire entre ce quadrillage et le fleuve est pratiquement dépourvue de cette périodicité. Deux zones de la région considérée sont donc mises en évidence, dont l'une est particulièrement régulière (à gauche).



OBJECT

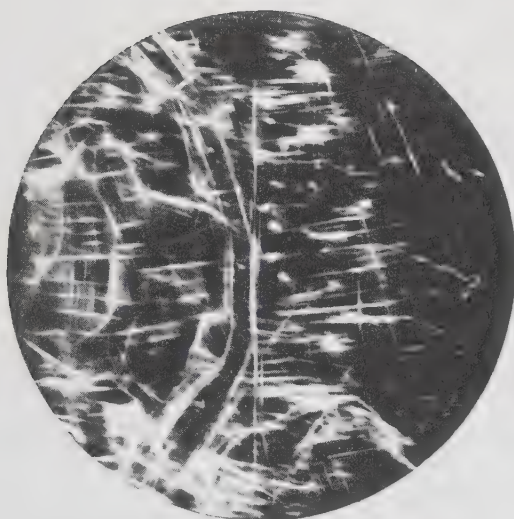


*IMAGE TROUGH THE
FIRST K-L EIGENVECTOR
OF SPATIAL FREQUENCIES*

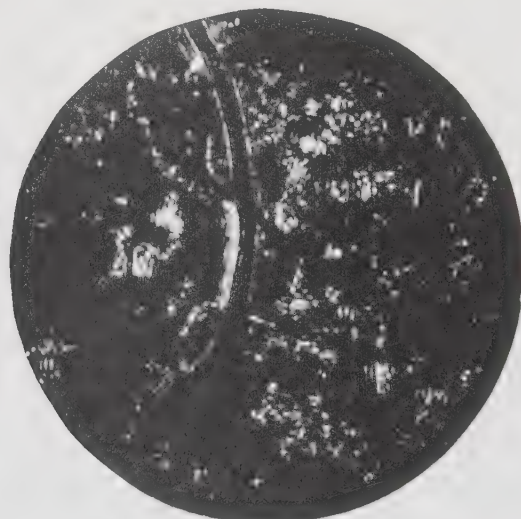


*IMAGE TROUGH THE
FIRST K-L EIGENVECTOR
OF DIRECTIONS*

- image optimale pour la séparation des classes de directions :

Un groupe de directions était particulièrement mis en évidence figure 20. Elles représentent un éventail d'ouverture angulaire égale à 15° au voisinage de l'axe Nord Sud matérialisé sur le cliché Montélimar 033 par la grande route tangente au Rhône. Les éléments de directions qui subsistent sur le cliché filtré par le premier vecteur propre sont particulièrement intenses sur la partie droite du fleuve, correspondant à la classe de fréquences spatiales délimitée dans l'analyse de l'image précédente. On retrouve en particulier les deux routes qui bornaient ce domaine.

CONCLUSION

L'examen des deux images optimales du cliché Montélimar 033 conduisent à délimiter sur le terrain, à droite du Rhône, une structure géométrique qui doit être considérée comme ayant des propriétés statistiques différentes de celles qui l'entourent sur ce cliché.

REMARQUE

Le fleuve est parfaitement restitué sur les deux images optimales. D'une part sa largeur correspond à la période caractéristique mise en évidence par TKL. D'autre part les variations de son orientation par rapport à l'axe Nord/Sud restent comprises dans l'éventail de directions caractéristiques également isolées par l'analyse statistique. On pourrait poser la question de savoir si la transformation de Karhunen-Loève appliquée aux fréquences spatiales et aux directions du cliché Montélimar 033 n'a pas eu comme seul effet que de détecter la présence du Rhône. La présence concordante d'éléments géométriques autres que ceux dessinant le fleuve permet d'écarter cette éventualité. En fait cette remarque confirme combien les particularités du terrain sont associées aux caractéristiques mêmes des cadastrations.

C H A P I T R E I I I

ETUDE DE LA STABILITE STATISTIQUE DE LA CLASSIFICATION

La TKL s'applique à la fonction d'autocorrélation du processus étudié : ses propriétés dépendent donc de la statistique du second ordre du processus considéré. Le processus théorique ne nous est connu que par des expériences répétées et comme il n'est pas possible de le mesurer continûment il est échantillonné en des points particuliers (points d'échantillonnage). Cet échantillonnage est censé n'apporter que peu de pertes d'information par rapport au signal original. Ces deux échantillonnages - l'un sur le nombre d'expériences - l'autre sur le nombre de points dans une expérience, conduisent à des erreurs sur l'estimation de la fonction d'autocorrélation et par la suite la TKL appliquée à ce processus perd sa validité. Il faut donc examiner les conditions d'échantillonnages et les incorrections qu'elles apportent à l'estimation de la fonction d'autocorrélation. ⁽²²⁾

Tout phénomène aléatoire n'est perçu qu'après des expériences répétées. C'est sur ces expériences que se font ensuite les calculs nécessaires à l'extraction des paramètres du phénomène. L'hypothèse implicite liée à cette méthode est que ces expériences sont indépendantes et convenablement choisies comme nous le verrons plus loin. Ceci n'est pas forcément le cas pour les spectres des clichés aériens : les expériences répétées sont issues d'un relevé d'intensité dans le plan d'un même spectre. Or les points ne sont pas

indépendants mais liés (cf. théorie de Shannon).

Cette première étape franchie (échantillonnage des expériences) se pose le problème de l'échantillonnage du phénomène dans le cadre d'une expérience. Cet échantillonnage décrit l'espace où se placent les points considérés (dans le cas où les objets sont les directions, la base est celle des fréquences spatiales). De la qualité de cette base dépendra la validité de l'estimation de la fonction d'autocorrélation ou plutôt de sa forme discrète qu'est la matrice de covariance.

A partir de là diverses questions se sont posées quant aux propriétés de la fonction d'autocorrélation. Fallait-il pour que la TKL soit valide qu'elle soit stationnaire ? C'est-à-dire $R(t_1, t_2) = R(t_1 - t_2)$. D'après la forme de la matrice de covariance⁽¹²⁾ rien ne pousse à affirmer une telle chose. Notons toutefois que les calculs sont rendus plus simples et plus faciles à vérifier dans le cas d'un processus stationnaire. La question de savoir si l'ergodicité du processus était une condition implicite d'application de la TKL s'est aussi posée. Rien dans les formules^{ne} conduit à affirmer qu'une telle hypothèse est indispensable. En outre - l'ergodicité n'est intéressante que si le processus est stationnaire (ce qui n'est pas exigé par la TKL) - l'ergodicité ne prend son sens que si l'on ne dispose que d'un seul échantillon. Dans ce cas il est difficile de parler de reconnaissance des formes (mais plutôt d'une forme).

On a pu dire aussi que la TKL impose que les processus auxquels elle est appliquée étaient gaussiens. Ceci vient du fait qu'il n'est pas difficile de trouver des phénomènes aléatoires avec des fonctions de densités différentes mais présentant la même matrice de covariance. Comme les processus gaussiens sont entièrement définis par leurs deux premiers moments (moyenne m et variance σ), leurs moments d'ordres plus élevés se déduisant du moment du 2^o ordre, cela revient, au moins formellement, à assimiler le processus étudié à un processus gaussien. Le calcul est "aveugle" en ce sens, mais n'en reste pas moins valide dans son application à n'importe quel type de fonction aléatoire

III.1 CRITÈRES DE STABILITÉ STATISTIQUE

La transformation de Karhunen-Loève fournit une représentation du phénomène statistique au moyen de variables indépendantes et décorrélées : les vecteurs propres. Les valeurs propres associées évaluent la variance de la projection du phénomène sur les vecteurs propres correspondants. La légitimité de l'application de cette transformation peut donc être examinée en étudiant la stabilité des valeurs propres - c'est-à-dire de la variance. Si l'on dispose de plusieurs réalisations différentes du même phénomène statistique, on calculera chaque fois les valeurs propres et vecteurs propres de la matrice de covariance. La stabilité des moments du second ordre est alors déterminée en suivant les fluctuations de chaque vecteur propre sur l'ensemble des réalisations. Dans ce cas la valeur propre associée joue le rôle de module du vecteur propre : les variations des valeurs propres sont à considérer en termes vectoriels.

La fluctuation des moments du second ordre peut avoir deux origines : le sous échantillonnage du processus ou un mauvais choix dans la répétition des expériences. Dans les deux cas on appliquera la transformation de Karhunen-Loève si l'importance de ces fluctuations est faible. Il faut donc définir un critère de stabilité des moments du second ordre. Suivant les méthodes habituelles d'estimation statistique, on peut penser que si les fluctuations des moments du second ordre sont purement aléatoires (liées aux incertitudes de mesure, par exemple), l'un quelconque d'entre eux sera stable si sa variance est faible comparée à sa valeur moyenne. La stabilité sera étudiée indifféremment au niveau de la matrice de covariance ou de ses éléments propres.

III.1.1 CRITERE DE STABILITE DE L'ECHANTILLONNAGE

Lorsque le phénomène statistique étudié est mesuré, il faut déterminer les conditions dans lesquelles il doit être échantillonné pour que les estimations de ses deux premiers moments soient aussi proches que possible des valeurs véritables.

(a) Traitement des résultats de mesure

Une variable aléatoire X , de moyenne et de variance véritables m et σ^2 , respectivement, est mesurée n fois pour calculer des estimations $\bar{m}$ et $\bar{\sigma}^2$ de ces deux grandeurs. Ces deux estimations sont elles-mêmes des variables aléatoires, qui dépendent de la composition et de la dimension de l'échantillonnage constitué par les n mesures.

Ces estimations sont dites non biaisées si :

$$E [\bar{m}] = m \quad (46)$$

et

$$E [\bar{\sigma}^2] = \sigma^2 \quad (47)$$

où $E []$ désigne l'opérateur de moyenne. Une estimation non biaisée ne donne pas lieu à une erreur systématique en augmentant le nombre de mesures. Une estimation sera, de plus, qualifiée d'effective si sa variance est minimale. Ainsi, les n mesures $X_1, \dots, X_n$ de la variable X permettent de définir les estimations de ces deux premiers moments :

$$\bar{m} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad \text{et} \quad \bar{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{m})^2 \quad (48)$$

qui ne sont pas biaisées ; elles deviennent effectives si le nombre de mesures est suffisamment grand. Pratiquement ⁽²⁰⁾ dans le cas d'une variable gaussienne, pour n supérieur à 20 ces estimations sont non biaisées. Elles ne seront effectives que si le nombre de mesures tend vers l'infini. Dans le cas des spectres de Fourier, chacune des 44 fréquences spatiales est mesurée sur 36 directions ($n = 36$). On peut considérer que la dimension de l'échantillonnage appliqué est supérieure au minimum requis. On est loin, cependant, des conditions optimales rencontrées notamment dans le traitement multispectral digital des clichés pris par satellites, où la fluctuation de la brillance dans chaque longueur d'onde fait l'objet de 100 000 mesures.

L'estimation d'une fonction aléatoire mesurée en des points déterminés - c'est le cas des spectres de Fourier des clichés aériens, pose également le problème du nombre minimum de mesures nécessaires (donc de points d'échantillonnage dans le plan de Fourier). Pour connaître la stabilité des estimations de la variance d'un spectre de Fourier donné, il faut disposer d'un certain nombre de réalisations différentes de ce spectre. Ceci n'est pas possible directement puisque l'on ne dispose chaque fois que d'un seul cliché aérien. L'influence du nombre et de la position des points d'échantillonnage dans son spectre de Fourier peut cependant être analysée en tenant compte de la répartition de l'information utile dans ce spectre. On a constaté que les variations des vecteurs propres, exprimés dans la base des 44 fréquences spatiales, sont relativement monotones. Dans ces conditions la densité de points d'échantillonnage est supérieure au minimum requis pour établir une classification satisfaisante. Le profil d'un vecteur propre peut être décrit en éliminant une fréquence spatiale sur 2 ; aussi les 44 fréquences échantillonnées pourront-elles être prises comme deux réalisations de la même séquence de 22 points d'échantillonnage. Chaque séquence a un pas double de celui adopté dans la base initiale de 44 fréquences. L'une des séquences est translatée d'une distance égale à 1 pas d'échantillonnage par rapport à l'autre. Les deux réalisations simultanées de la séquence de 22 points d'échantillonnage sont entrelacées pour couvrir le spectre. On admettra qu'elles sont indépendantes.

Disposant de deux réalisations du même phénomène statistique - l'ensemble des 36 spectres de Fourier des directions - il est possible d'étudier les fluctuations de la matrice de covariance et de ses éléments propres, lorsque l'on passe d'une réalisation à l'autre.

(b) Critère de Lowitz

Il s'agit d'évaluer la stabilité du moment du second ordre d'un processus dont on dispose de plusieurs réalisations. Dans le cas des clichés aériens considérés ici, on dispose d'une matrice de covariance (22 x 22). La stabilité des 22 éléments propres doit donc être étudiée. A titre de comparaison

on s'intéressera aussi à la stabilité des éléments de la diagonale de la matrice de covariance, qui représentent la variance des mesures effectuées. On sait que cette variance n'est pas suffisante pour décrire les fluctuations du spectre de Fourier, car les mesures ne sont pas décorrélées - comme en témoigne la présence des covariances non nulles hors de la diagonale.

Pour simplifier la présentation, on considérera le cas de deux réalisations du phénomène, auxquelles correspondent deux estimations σ_1^2 et σ_2^2 de la variance σ^2 (qu'il s'agisse d'une fréquence spatiale mesurée ou d'une valeur propre).

La valeur estimée de σ^2 , suivant la formule (48) est :

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{2} \quad (49)$$

La variance de cette estimation s'écrit donc, d'après (48) :

$$(\Delta\sigma^2)^2 = \left[\sigma_1^2 - \frac{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{2} \right]^2 + \left[\sigma_2^2 - \frac{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{2} \right]^2 \quad (50)$$

$$= \frac{1}{2} \left[\sigma_1^2 - \sigma_2^2 \right]^2. \quad (51)$$

Connaissant l'estimation de la variance du phénomène et la variance de cette estimation, il est possible de définir un critère de stabilité statistique, si l'on suppose que l'estimation de σ^2 est une variable qui suit une loi gaussienne. Ceci n'est pas justifiable sans informations préalables dans le cas où l'on ne dispose que de deux réalisations de cette variable. Il faut noter cependant que la faiblesse de ce nombre ne joue que sur la valeur du seuil du critère qui va être présenté.

Lorsqu'une variable aléatoire X , de moyenne m , suit une loi gaussienne, on sait que 96% de ses réalisations prennent une valeur numérique comprise entre les bornes $m - 2\sigma$ et $m + 2\sigma$. Ceci signifie qu'une réalisation quelconque de cette variable se trouvera dans l'intervalle $(m-2\sigma, m+2\sigma)$, avec une probabilité égale à 0.96. En d'autres termes une réalisation quelconque de la variable a une probabilité de 0.96 de ne pas s'écarter de plus de 2σ de la valeur moyenne. Réciproquement, partant d'une réalisation quelconque X_0

de la variable, on peut affirmer que la probabilité pour que la moyenne ne s'écarte pas de plus de 2σ de cette valeur X_0 est égale à 0.96.

La valeur moyenne m d'une variable aléatoire peut être nulle, alors que les différentes estimations de cette moyenne ne sont pas nulles. La remarque précédente peut être mise à profit pour décider si m est nul, connaissant la variance σ des estimations de cette moyenne. Etant donné une estimation $\bar{m}$, la valeur véritable m a une probabilité de 0.96 de s'écarter de plus de 2σ de cette estimation :

$$P (|\bar{m} - m| < 2\sigma) = 0.96 \quad (52)$$

La moyenne véritable m sera donc nulle, avec une probabilité de 0.96 si :

$$|\bar{m}| < 2\sigma, \quad (53)$$

soit encore
$$\frac{|\bar{m}|}{2\sigma} < 1 \quad (54)$$

Réciproquement la moyenne véritable m a 96 % de chances d'être différente de 0 si son estimation répond à la condition :

$$\frac{|\bar{m}|}{2\sigma} > 1. \quad (55)$$

Dans le cas présent, on s'intéresse aux variances du phénomène. On a estimé la valeur moyenne de cette variance sur 2 réalisations (49). La variance de cette estimation est également connue (51). Il est donc possible de savoir, avec une probabilité égale à 0,96, si la variance véritable du phénomène s'écarte de 0 de façon significative. En reportant (49) et (51) dans (55) on aboutit à la condition :

$$S = \frac{\overline{\sigma^2}}{2\Delta\sigma^2} > 1, \text{ soit :} \quad (56)$$

$$S = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{2\sqrt{2}|\sigma_1^2 - \sigma_2^2|} > 1.$$

Une variance dont les estimations montrent qu'elle diffère de 0 avec une probabilité de 0,96 sera retenue comme significative. Une variance qui ne s'écarte pas de 0 suivant le même critère ne sera pas retenue. Ce critère sélectionne ainsi les mesures ou les grandeurs dont la variance est significative. Ces mesures sont seules à prendre en compte pour décrire le phénomène statistique : un appareil qui délivre toujours la même réponse avec une variance nulle ne fournit aucune information sur le phénomène. Ce critère est appliqué à la sélection des éléments propres significatifs de la matrice de covariance (22 x 22) définie plus haut.

III.2. APPLICATION AUX CLICHÉS AÉRIENS

Les clichés traités au second chapitre sont réexaminés ici en considérant que les spectres échantillonnés en 44 fréquences spatiales représentent deux réalisations indépendantes d'un échantillonnage en 22 fréquences spatiales. Pour chaque cliché on étudie d'une part la stabilité statistique des mesures effectuées dans le spectre de Fourier et, d'autre part, la stabilité des valeurs propres. Les vecteurs échantillons sont normalisés par leur première coordonnée de façon à rendre les deux réalisations plus semblables. Ceci revient à avoir 21 dimensions au lieu de 22. La variance de la 1ère coordonnée est nulle, ces coordonnées étant toutes égales à un.

III.2.1. CLICHE MONTELIMAR 033

(a) Stabilité statistique du spectre de Fourier

Disposant pour chacune des 22 fréquences échantillonnées u_i de deux mesures, le rapport :

$$S_i = \frac{\overline{u_i}}{2\sigma_i^2}, \quad i = 1, \dots, 22, \quad (38)$$

avec :

$$\overline{u_i} = \frac{u_{i1} + u_{i2}}{2} \quad (59)$$

et
$$\sigma_i^2 = \frac{1}{2} |u_{i1} - u_{i2}|^2.$$

Les fréquences spatiales dont le coefficient S_i est supérieur à 1 sont significatives. La figure 34 montre l'évolution de ce rapport pour les 22 fréquences du spectre de Fourier : on constate d'une part que les hautes fréquences ne sont pas significatives du point de vue statistique et, d'autre part, qu'une périodicité spectrale est très fortement significative. Elle correspond, au niveau du terrain, à des éléments de longueur 140 m. Comme l'ensemble des directions du cliché est analysé, il peut être conclu que cette périodicité est bidimensionnelle.

(b) Stabilité des valeurs propres

Les variations des valeurs propres d'une réalisation à l'autre ne peuvent pas être évaluées par une simple soustraction car les vecteurs propres qui les supportent peuvent subir une rotation. On considérera chaque valeur propre λ_i ($i = 1, 22$) comme un vecteur dont le module est égal à λ_i et dont l'orientation est donnée par le vecteur propre associé $k\lambda_i$; il sera noté $\vec{\lambda}_i$.

Partant des deux réalisations des 22 $\vec{\lambda}_i$ il s'agit de calculer leur moyenne et leur variance. La moyenne est donnée par :

$$\overline{(\vec{\lambda}_i)} = \frac{\vec{\lambda}_{i1} + \vec{\lambda}_{i2}}{2} ; \quad (61)$$

la variance est également définie en termes vectoriels par :

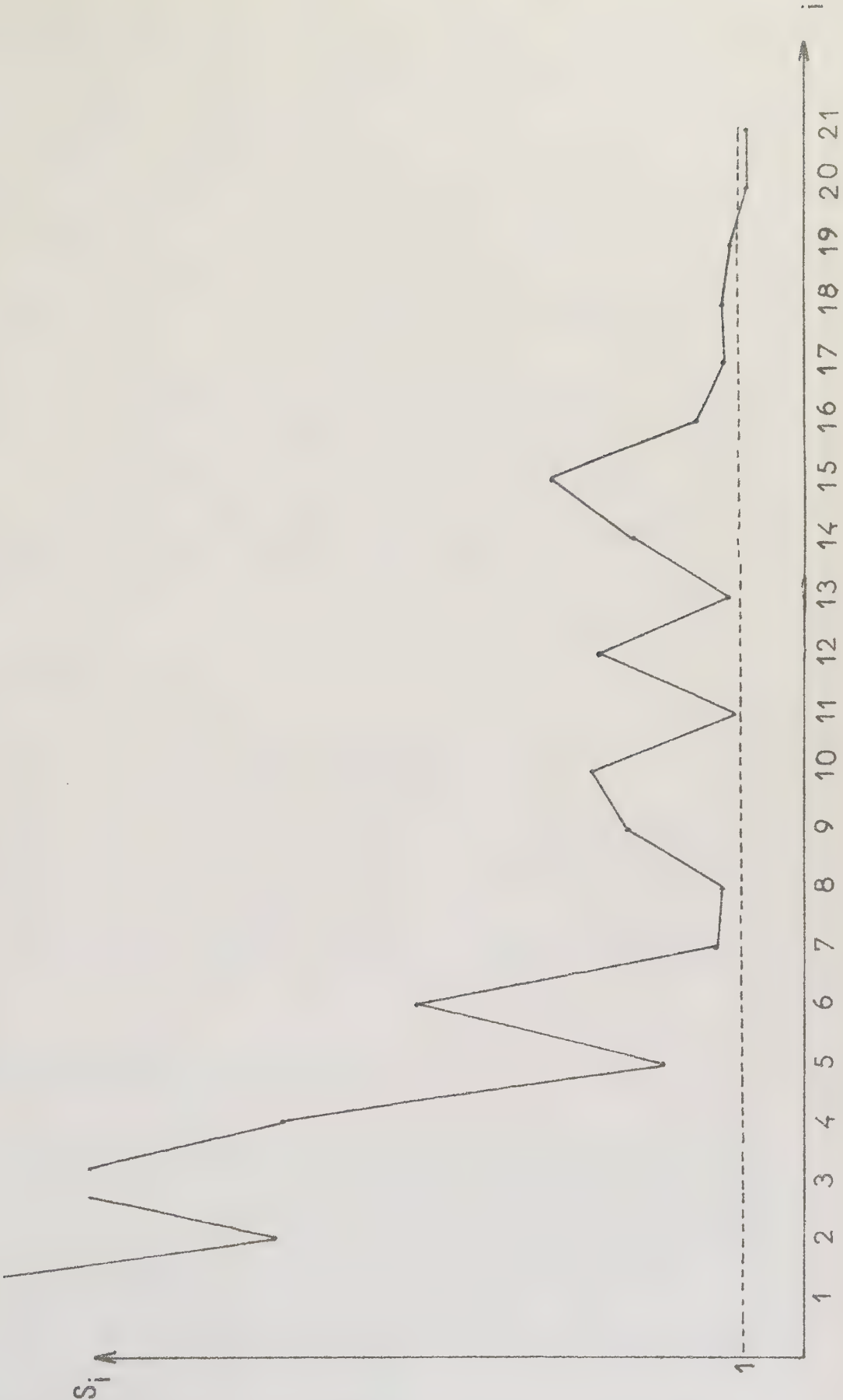
$$(\vec{\lambda}_{i1} - \frac{\vec{\lambda}_{i1} + \vec{\lambda}_{i2}}{2}) \cdot (\vec{\lambda}_{i2} - \frac{\vec{\lambda}_{i1} + \vec{\lambda}_{i2}}{2}), \quad \text{soit}$$

$$\Delta\lambda^2 = \frac{1}{2} (\vec{\lambda}_{i1} - \vec{\lambda}_{i2}) \cdot (\vec{\lambda}_{i1} - \vec{\lambda}_{i2}). \quad (62)$$

Le coefficient de stabilité S_i de la i ème valeur propre s'exprime par :

$$S_i = \frac{|\overline{(\vec{\lambda}_i)}|}{2 \Delta\lambda}, \quad (63)$$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
S_i	218	8.5	21	8.4	2.4	6.1	1.5	1.4	3	3.6	1.2	3.5	1.3	2.9	4.4	1.8	1.4	1.4	1.2	1	1



Evolution du rapport de stabilité S_i dans la base des fréquences spatiales (Montélimar 033)

Figure 34

où : $|\overline{(\tilde{\lambda}_i)}|$ désigne le module de la valeur moyenne de la valeur propre. La figure 35 présente les variations de ce coefficient pour les 22 valeurs propres et indique l'angle de rotation des vecteurs propres correspondants quand on passe d'une réalisation à l'autre. On constate que plus l'angle est faible, plus le coefficient est élevé : une valeur propre stable est donc à la fois stable en module et en orientation. Le premier vecteur propre, associé à λ_1 est très stable (rotation de $3^\circ 5'$, coefficient : 7,5). Trois autres valeurs propres, λ_2 , λ_3 et λ_5 sont également stables, leurs vecteurs propres subissent des rotations respectives de $12^\circ 6'$, $39^\circ 7'$ et $16^\circ 9'$.

En fait il semble plus prudent de considérer qu'une valeur propre est stable si son coefficient S_i dépasse le seuil théorique ($=1$) de plusieurs unités. Ainsi seule la première valeur propre sera retenue. Elle représente, en outre, 75 % de l'information répartie sur les 22 valeurs propres. On aboutit alors au résultat qui n'était pas évident a priori : la valeur propre dominante est également la valeur propre la plus stable.

III.2.2. CLICHE ORANGE 007

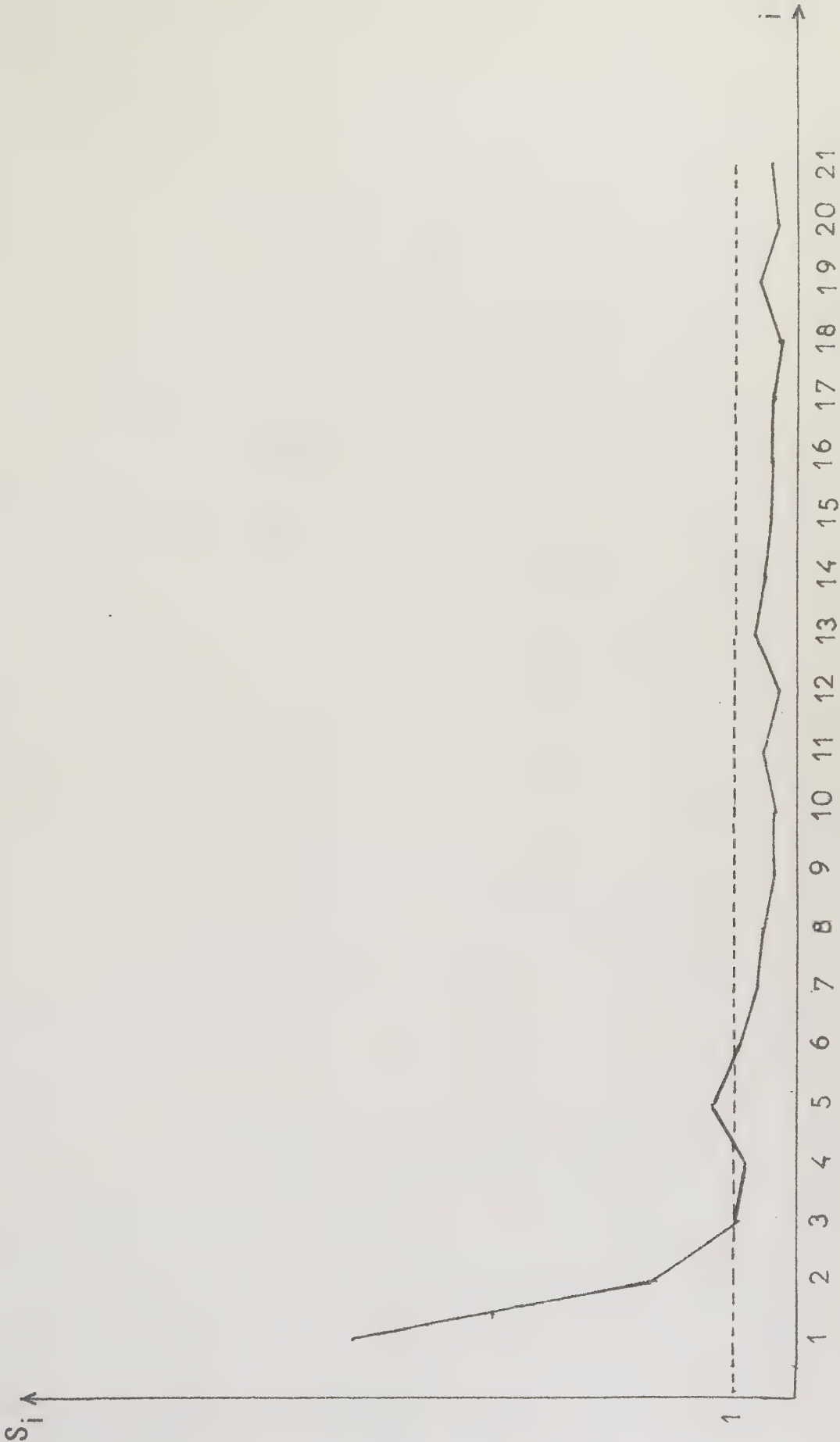
(a) Stabilité statistique du spectre de Fourier

La figure 36 montre les variations du coefficient de stabilité sur les 22 fréquences spatiales de ce spectre. Comme dans le cas précédent, les hautes fréquences ne sont pas significatives du point de vue statistique. Cependant aucune périodicité n'apparaît ; le niveau général de stabilité est plus élevé.

(b) Stabilité des valeurs propres

La figure 37 présente les variations du coefficient de stabilité sur l'ensemble des 22 valeurs propres. On constate que les écarts angulaires des vecteurs propres associés sont beaucoup plus importants que pour le cliché précédent. Les valeurs propres λ_1 , λ_3 et λ_5 dépassent le seuil de stabilité, mais seule la première semble devoir être retenue car le vecteur propre associé ne tourne que de 5° . Elle transporte 72 % de l'information répartie sur les valeurs propres. Une fois encore la valeur propre dominante est aussi la valeur propre la plus stable.

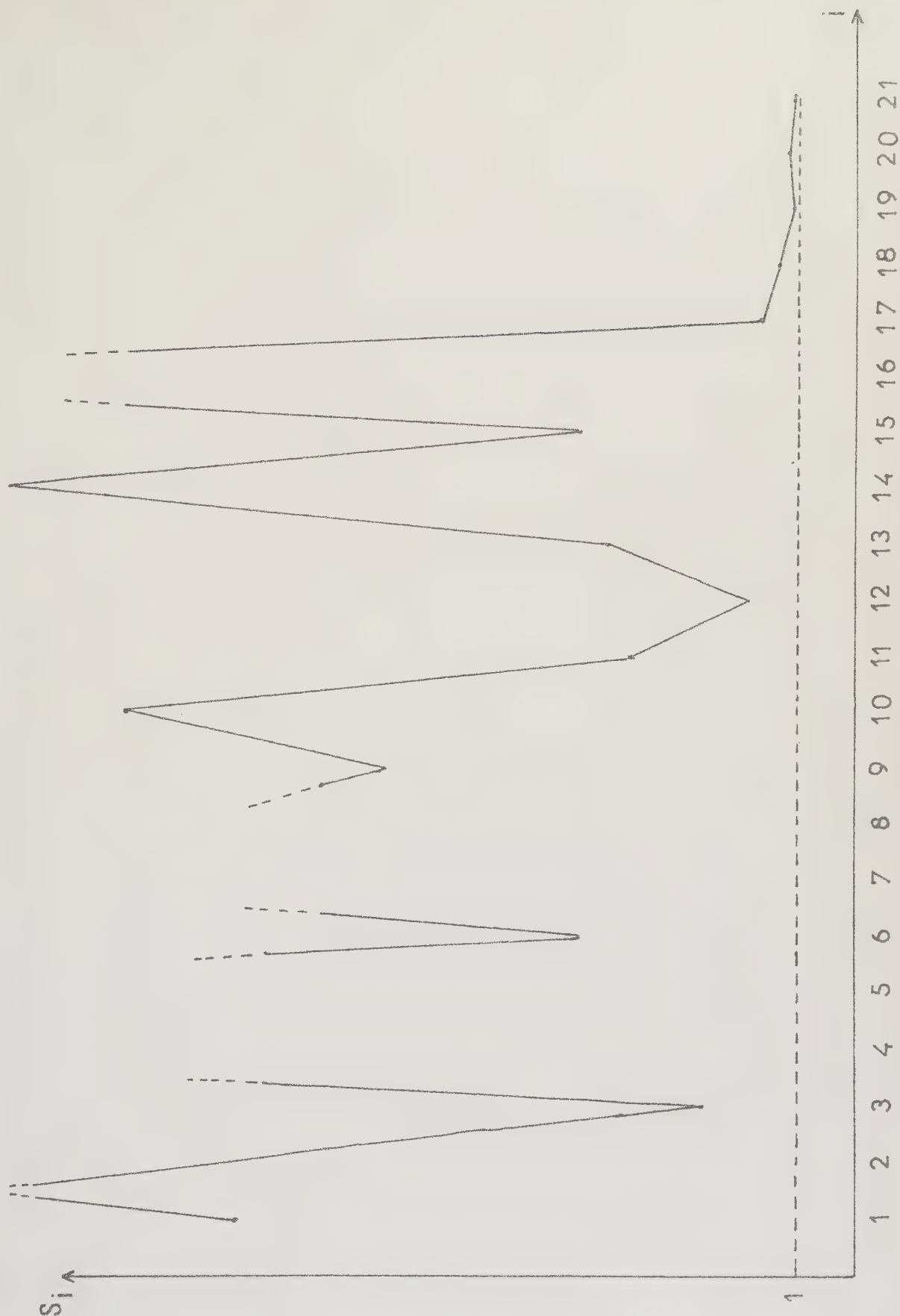
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
S_i	7.5	2.4	1	0.8	1.4	0.9	0.6	0.5	0.3	0.3	0.5	0.3	0.6	0.5	0.4	0.4	0.4	0.3	0.6	0.3	0.4
Θ_i	3.8	12.6	39.7	41	17	46.3	55	63	87.5	79.5	66	59	34	64.6	73.4	64.9	79.1	65.4	51.6	62.2	71.6



Evolution du rapport de stabilité S_i dans la base de K-L
(Montélimar 033)

Figure 35

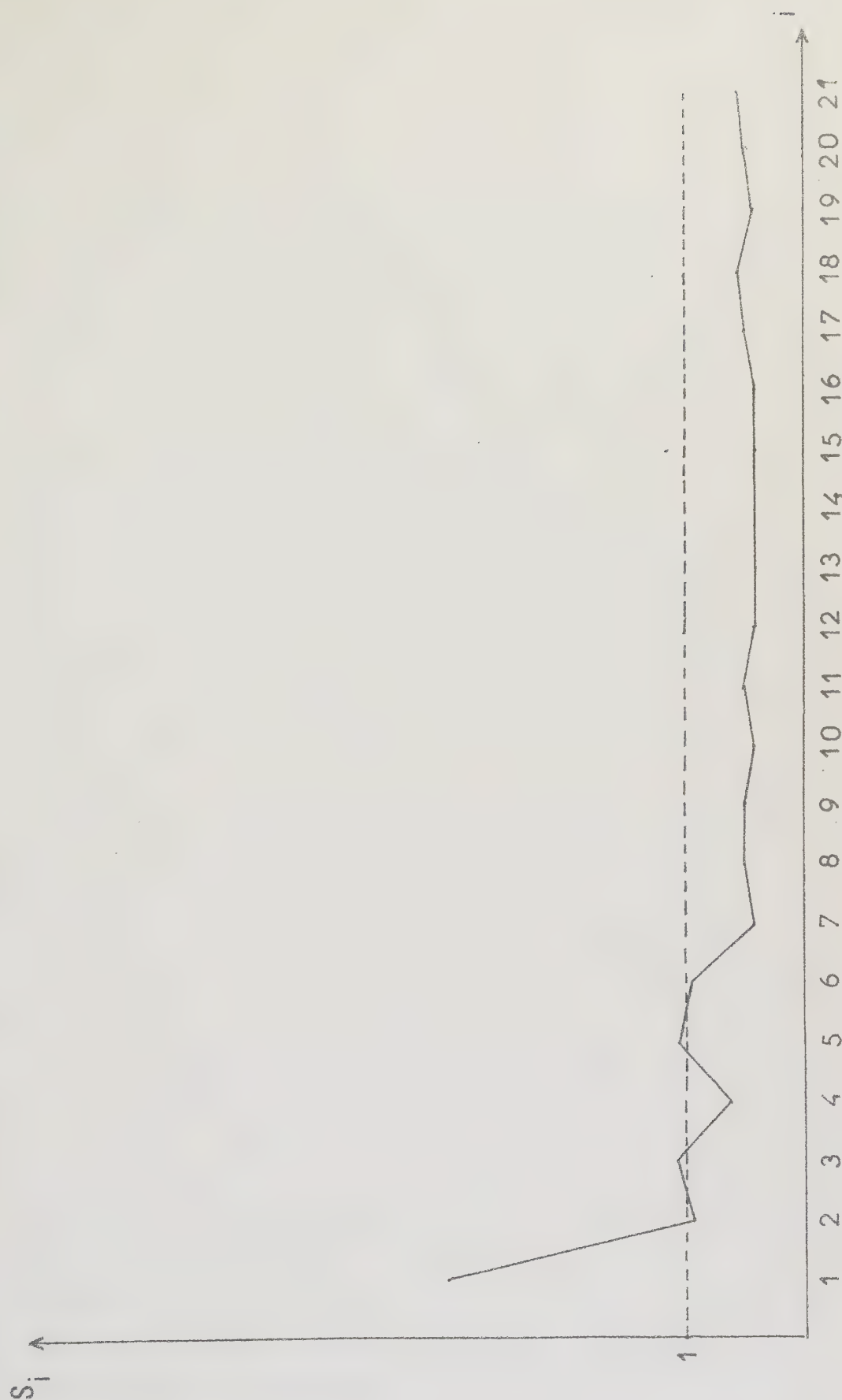
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
S_i	11	444	2.7	45	46	4.9	19	16	8.4	13	4	1.9	4.4	15	4.9	35	1.7	1.4	1.1	1.2	1.1



evolution du rapport de stabilité S_i dans la base des fréquences spatiales (Orange 007)

Figure 36

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
S_i	3	0.9	1.1	0.7	1.1	0.9	0.4	0.5	0.5	0.4	0.5	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.5	0.6	0.4	0.5	0.6
θ_i	5°	29°	59°	37°	29°	28°	53°	48°	51°	37°	40°	85°	86°	79°	90°	72°	63°	33°	50°	33°	35°



Evolution du rapport de stabilité S_i dans la base de K-L
(Orange 007)

III.2.3. CONCLUSION

Pour les deux cas traités on part d'une description de l'information au moyen de 22 fréquences spatiales échantillonnées qui sont autant de variables à mettre en oeuvre. Après l'étude de leur stabilité statistique il n'en reste que 4 significatives au maximum. La T.K.L. fait passer aux variables décorréélées qui gouvernent le phénomène. Finalement seul un vecteur propre significatif peut être retenu. En se référant à la notion de dimension intrinsèque du phénomène ⁽²¹⁾ il apparaît que les fluctuations recueillies par une série de 22 mesures sont gouvernées en réalité par une variable.

Cette méthode amène à penser qu'il existe une relation entre le nombre de mesures effectuées n (nombre de points d'échantillons de la fonction d'autocorrélation et aussi dimension de l'espace vectoriel de calcul) et le nombre de réalisations p du phénomène (nombre des expériences répétées ou nombre de vecteurs). Un de ces deux nombres (n par exemple) est donné par la limite de résolution de l'appareil de mesure utilisé. L'autre nombre (p) est, soit choisi de manière plus ou moins arbitraire par l'utilisateur, soit imposé par la nature même de l'expérience.

Si l'on dispose de 2 séries de réalisations, toutes deux portant sur le même nombre, p , la T.K.L., associée ensuite au critère de LOWITZ montrera que seul un nombre limité n' de vecteurs propres est stable (n' au maximum égal à n). On arrive donc à la conclusion étonnante qu'un changement de vecteurs-échantillons conduit à diminuer la dimension de l'espace les décrivant.

Comme on l'a vu dans l'introduction de ce chapitre la validité de l'estimation de la fonction d'autocorrélation dépend de la qualité de deux échantillonnages, l'un sur le nombre p de réalisations, l'autre sur le nombre n qui donne la dimension de l'espace vectoriel de calcul. Supposons l'un de ces deux échantillonnages parfait : par exemple p est tel que les échantillons sont indépendants et assez fort pour que les erreurs d'estimation qui lui soient imputables sont négligeables. En disposant de deux séries de p réalisations on pourra directement calculer par la T.K.L. le nombre n' de dimensions véritablement stables du processus étudié. Cette réduction de dimensions est directement imputable dans ce cas, aux erreurs d'estimation dû au sous-échantillonnage dans le cadre d'une réalisation donnée de la fonction d'autocorrélation.

Dans le cas le plus général les erreurs proviendraient des deux sous-échantillonnages portant sur les deux espaces déjà mentionnés. Par analogie avec la fréquence de coupure définie en optique on pourrait parler de nombre de coupure n' qui traduirait la dimension du phénomène détecté pour un nombre p donné. Ce nombre de dimensions serait définissable aussi dans l'autre espace. (n donné implique p' maximum). Ces nombres seraient calculables à l'aide de processus statistiques "connus" particuliers qui seraient utilisés pour tester le capteur utilisé. (Notons qu'il y a en fait toujours 2 capteurs : l'un sur n , l'autre sur p).

Les calculs présentés dans les paragraphes précédents correspondent à deux séries d'estimation à 36 éléments dans une base à 22 dimensions.

La réduction considérable du nombre de variables utiles pour la description du phénomène statistique suggère de réaliser son analyse statistique au moindre coût. Le paragraphe suivant présente quelques procédures d'estimation des valeurs propres dominantes basées sur le fait que la dimension utile du phénomène est inférieure au nombre de mesures effectuées.

III.9. ESTIMATION DES VARIABLES UTILES

La dimension effective du phénomène dépend à la fois du nombre p de signaux traités et du nombre n de mesures réalisées pour échantillonner chaque signal. On a vu que les variables stables, utiles pour décrire les signaux, sont moins nombreuses que les mesures effectuées. Cependant leur mise en évidence nécessite l'application du critère de stabilité sur l'ensemble des mesures. En faisant l'hypothèse que cette réduction de dimensions concerne la plupart des phénomènes susceptibles d'être analysés, on peut tenter de faire l'économie d'un certain nombre de mesures qui, finalement, seront inutiles. Ceci n'est pas possible directement car alors le bruit d'échantillonnage augmenterait et compromettrait l'existence même des variables stables. Il faut donc conserver l'échantillonnage de départ : l'économie peut cependant porter sur la matrice de covariance des mesures. En particulier si les signaux sont moins nombreux que les échantillons, on peut s'attendre à ce que le nombre d'échantillons utiles pour l'analyse statistique soit au plus égal à celui des signaux. Ainsi, au lieu de calculer une matrice $(n \times n)$ on se limitera à une matrice $(p \times p)$. C'est le cas du traitement des 36 directions spectrales

dans la base des 44 fréquences spatiales. La matrice de covariance effectivement **représentative** de ce phénomène statistique ne peut pas dépasser la dimension (36 x 36). Fukunaga ⁽²¹⁾ a proposé une méthode qui permet de trouver une matrice de covariance (p x p) à partir de l'ensemble des données mesurées. Les valeurs propres et les vecteurs propres de cette matrice sont identiques aux valeurs propres et vecteurs propres de la matrice (n x n) obtenus directement, mais avec un coût de calcul supérieur.

Les p signaux définis par n mesures constituent la matrice des données $W_{n \times p}$. La matrice de covariance $\Sigma_{n \times n}$ calculée directement à partir des mesures s'écrit :

$$\Sigma_{n \times n} = \frac{1}{p} W_{n \times p} \cdot W_{p \times n}^T, \quad (64)$$

$W_{n \times p}$ est une matrice $n \times p$ telle que $W = (W_1 \dots W_n)_{n \times p}$ et $W_{p \times n}^T$ désigne la matrice transposée de $W_{n \times p}$. Les vecteurs propres ϕ_n de cette matrice sont exprimés dans la base des mesures : ils ont n composantes ($n = 44$ sur l'exemple traité). L'équation aux éléments propres de la matrice de covariance s'écrit donc :

$$\Sigma_{n \times n} \phi_n = \Lambda_n \phi_n \quad (65)$$

Montrons que la matrice :

$$\Sigma_{p \times p} = \frac{1}{p} W_{p \times n}^T \cdot W_{n \times p}, \quad (66)$$

de dimension (p x p), possède les mêmes éléments propres que la matrice de covariance de départ. Son équation aux éléments propres s'écrit :

$$\Sigma_{p \times p} \phi'_p = \Lambda'_p \phi'_p, \text{ soit :} \quad (67)$$

$$\frac{1}{p} W_{p \times n}^T \cdot W_{n \times p} \cdot \phi'_p = \Lambda'_p \phi'_p, \text{ où} \quad (68)$$

Λ'_p désigne l'une quelconque des valeurs propres et ϕ'_p le vecteur propre associé à p composantes. Multiplions chaque membre de cette équation par

$W_{n \times p}$ il vient :

$$\frac{1}{p} W_{n \times p} \cdot W_{p \times n}^T \cdot W_{n \times p} \cdot \phi'_p = \Lambda'_p W_{n \times p} \phi'_p, \text{ soit} \quad (69)$$

$$\Sigma_{n \times n} \cdot (W_{n \times p} \cdot \phi'_p) = \Lambda'_p (W_{n \times p} \cdot \phi'_p). \quad (70).$$

On retrouve l'équation aux éléments propres de départ. Les valeurs propres de $\Sigma_{p \times p}$ sont identiques à celles de $\Sigma_{n \times n}$. Les valeurs propres de $\Sigma_{n \times n}$ sont déductibles de celles de $\Sigma_{p \times p}$ par :

$$\phi'_n = W_{n \times p} \cdot \phi'_p \quad (71)$$

L'intérêt apparaît immédiatement sur l'exemple des clichés aériens : partant d'une matrice de données spectrales (44 x 36) on évite de calculer et de diagonaliser la matrice de covariance (44 x 44) et on traite seulement la matrice (36 x 36). La relation (70) est également importante du point de vue de la dimension du phénomène étudié : le traitement direct de la matrice de covariance (n x n) fournit n valeurs propres. En fait l'estimation proposée montre qu'il ne peut y avoir que p valeurs propres (équation (70)). Il faut conclure que les n - p valeurs propres trouvées par le calcul direct ne représentent rien. Leurs valeurs numériques, calculées sur ordinateur sont le plus souvent différentes de 0 ; elles devraient être nulles : ceci est dû aux erreurs de calcul cumulées par l'ordinateur.

Les figures 38 et 39 comparent les valeurs propres calculées à partir de la matrice de covariance (44 x 44) à celles fournies par la matrice d'estimation (36 x 36) pour le cliché Montélimar 033 puis pour Orange 007. On constate le bon accord entre les valeurs estimées et les valeurs directes. Le cas des vecteurs propres est aussi satisfaisant : l'écart angulaire entre les vecteurs propres calculés directement et ceux estimés conformément à l'équation (71) est nul pour les premiers vecteurs et reste faible pour les rangs plus élevés.

Cette méthode d'estimation s'applique rigoureusement chaque fois que les signaux traités sont en nombre trop faible. Elle donne les éléments propres utiles à la description statistique de ces signaux. On sait, d'autre part, que seul un petit nombre d'éléments dominants est à retenir pour la classification. Il s'agit maintenant d'appliquer une méthode d'estimation de ces éléments.

III.4. ESTIMATION DES VALEURS PROPRES ET VECTEURS PROPRES DOMINANTS

Les valeurs propres dominantes ne font pas l'objet d'une définition rigoureuse. Les utilisateurs de la transformation de Karhunen-Loève considèrent couramment que si environ 20 % des valeurs propres totalisent plus de 90 %

Valeurs propres
obtenues à partir
de la matrice 44.44

Valeurs propres
obtenues à partir
de la matrice 36.36

Angle des deux séries de
vecteurs propres de même
indice

6.74 E -01	6.74 E -01	0°
1.15 E -01	1.15 E -01	0°
8.85 E -02	8.85 E -02	0°
7.41 E -02	7.41 E -02	0°
1.90 E -02	1.91 E -02	0°
1.24 E -02	1.24 E -02	0°
6.66 E -03	6.66 E -03	0°
5.73 E -03	5.73 E -03	0°
1.81 E -03	1.81 E -03	0°
1.03 E -03	1.03 E -03	0°
5.95 E -04	5.95 E -04	0°
4.55 E -04	4.55 E -04	0°
1.63 E -04	1.63 E -04	0°
1.34 E -04	1.34 E -04	0°
6.50 E -05	6.50 E -05	0°
4.60 E -05	4.60 E -05	0°
2.54 E -05	2.54 E -05	0°
1.71 E -05	1.71 E -05	0°
1.10 E -05	1.10 E -05	1°
9.39 E -06	9.38 E -06	4°
6.72 E -06	6.77 E -06	7°
2.35 E -06	2.35 E -06	5°
1.98 E -06	2.04 E -06	10°
9.66 E -07	9.31 E -07	12°
8.52 E -07	8.44 E -07	20°
4.75 E -07	4.93 E -07	17°
3.34 E -07	3.55 E -07	19°
1.91 E -07	2.39 E -07	23°
1.37 E -07	2.35 E -07	27°
9.36 E -08	1.37 E -07	30°
6.11 E -08	7.44 E -08	25°
5.27 E -08	7.18 E -08	32°
1.35 E -08	2.86 E -08	17°
3.48 E -09	-1.76 E -08	38°
3.12 E -09	-4.32 E -08	33°
2.50 E -09	-7.25 E -08	40°

Figure 38

Valeurs propres
obtenues à partir
de la matrice 44.44

Valeurs propres
obtenues à partir
de la matice 44.44

Angle des deux séries de
vecteurs propres de même
indice

6.83 E -01	6.83 E -01	0°
1.96 E -01	1.96 E -01	0°
4.80 E -01	4.80 E -01	0°
3.05 E -02	3.06 E -02	0°
2.24 E -02	2.24 E -02	0°
9.89 E -03	9.89 E -03	0°
3.61 E -03	3.61 E -03	0°
2.91 E -03	2.91 E -03	0°
2.03 E -03	2.03 E -03	0°
7.94 E -04	7.94 E -04	0°
3.66 E -04	3.66 E -04	0°
2.78 E -04	2.78 E -04	0°
1.25 E -04	1.25 E -04	0°
1.08 E -04	1.08 E -04	0°
8.22 E -05	8.22 E -05	0°
3.92 E -05	3.92 E -05	0°
2.80 E -05	2.81 E -05	0°
9.75 E -06	9.79 E -06	1°
6.28 E -06	6.29 E -06	2°
4.43 E -06	4.39 E -06	4°
3.35 E -06	3.36 E -06	8°
1.51 E -06	1.46 E -06	6°
1.16 E -06	1.18 E -06	11°
1.11 E -06	1.09 E -06	8°
6.63 E -07	6.67 E -07	12°
6.31 E -07	6.35 E -07	14°
3.71 E -07	3.83 E -07	8°
1.79 E -07	1.97 E -07	24°
1.10 E -07	1.19 E -07	15°
7.93 E -08	6.92 E -08	11°
6.49 E -08	6.90 E -08	12°
4.10 E -08	5.58 E -08	19°
1.78 E -08	2.58 E -08	15°
1.35 E -08	7.72 E -09	28°
1.98 E -09	-4.84 E -08	29°
1.65 E -09	-1.07 E -07	35°

Figure 39

de l'information, elles représentent les variables dominantes. Le critère de stabilité peut ensuite leur être appliqué. Sur l'exemple des clichés aériens on peut attendre un nombre maximum de 8 valeurs propres dominantes parmi les 44 disponibles a priori. Ceci suggère d'adopter une procédure d'estimation qui évite le calcul et la diagonalisation de la matrice de covariance (44 x 44) pour passer à une matrice de type (8 x 8).

Fukunaga⁽²¹⁾ a proposé une telle méthode. Dans le cas précédent, on réduisait la dimension n de la matrice de covariance des mesures compte tenu du fait que le nombre p de signaux lui était inférieur. Ici on peut a priori fixer la dimension de la matrice de covariance : sachant par exemple que 8 valeurs propres sont dominantes, il suffit de diagonaliser une matrice (8 x 8) à définir. La dimension de cette matrice étant fixée, on voit immédiatement que le nombre de signaux nécessaires à son estimation ne dépasse pas 8. Le principe de la méthode est donc de découper la matrice des données en groupes de 8, d'estimer chaque fois la matrice de covariance par la méthode précédente, et de faire la moyenne des éléments propres fournis par chaque groupe.

Soit N le nombre de valeurs propres dominantes. Les p signaux sont répartis en p/N groupes. Pour chacun d'eux on dispose d'une matrice de données W_{nN} , de dimensions $(n \times N)$. Pour le $i^{\text{ème}}$ groupe, en forme la matrice de covariance $\Sigma_{N \times N}^i$:

$$\Sigma_{N \times N}^i = \frac{1}{N} W_{N \times n}^{iT} \cdot W_{n \times N}^i, \quad (72)$$

dont les valeurs propres Λ_N^i et les vecteurs propres ϕ_N^i sont définis par l'équation :

$$\Sigma_{N \times N}^i \phi_N^i = \Lambda_N^i \phi_N^i. \quad (73)$$

On se retrouve dans les conditions précédentes, au niveau de l'équation (67). La conclusion est identique : les N valeurs propres dominantes sont égales à celles de $\Sigma_{N \times N}^i$. Les N vecteurs propres dominants ϕ sont déduits de ceux de $\Sigma_{N \times N}^i$, suivant (71), par :

$$\phi_{\frac{i}{N}} = W_{n \times N}^i \cdot \phi_N^i \quad (74)$$

Il s'agit bien d'un vecteur à n composantes qui constitue l'estimation recherchée. Cependant ici la démarche n'est pas rigoureuse : l'appréciation que l'on peut avoir a priori du nombre de valeurs propres dominantes peut être erronée. Une estimation plus sûre consiste à prendre la moyenne des valeurs propres et des vecteurs propres sur l'ensemble des groupes :

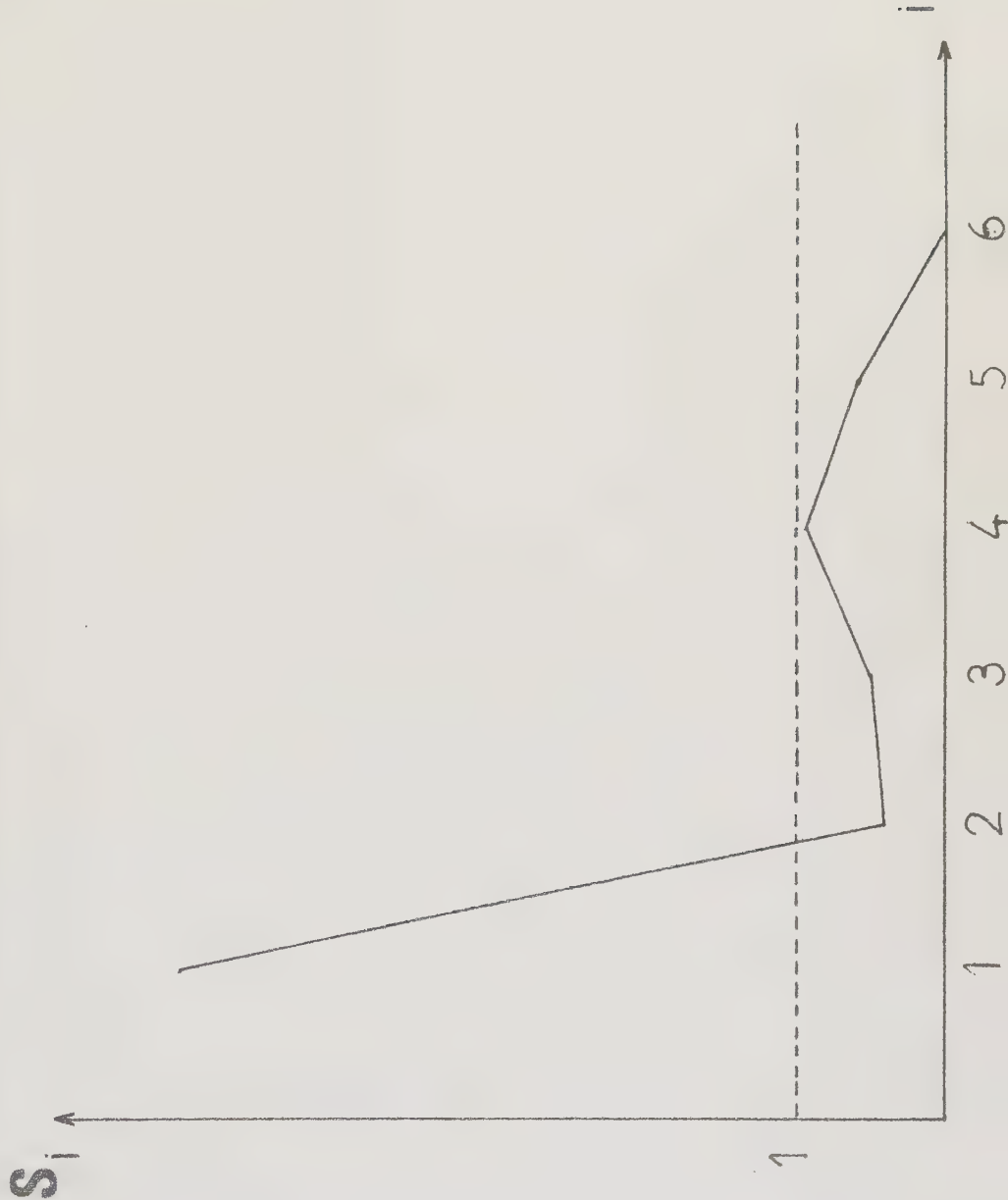
$$\Lambda_n = \frac{N}{p} \sum_{i=1}^{p/N} \Lambda_N^i \quad \text{et :} \quad (75)$$

$$\Phi_n = \frac{N}{p} \sum_{i=1}^{p/N} W_{n \times N}^i \phi_N^i. \quad (76)$$

Les valeurs propres et vecteurs propres dominants estimés suivant cette méthode ne sont pas nécessairement significatifs : seuls ceux qui répondent au critère de stabilité statistique doivent être retenus. Dans le cas des clichés aériens les 36 directions spectrales ont été divisées en 6 groupes de 6 pour aboutir aux estimations (75) et (76) dans le cas où $N = 6$, $p = 36$ et $n = 44$. Pour obtenir une seconde réalisation de ces 6 groupes, les spectres ont été mélangés arbitrairement et réorganisés en nouveaux groupes. Ainsi peut-on sélectionner parmi les 6 éléments propres ceux qui sont stables. Cependant ces éléments propres stables ne sont pas identifiables avec ceux déterminés lorsque l'on dispose réellement de plusieurs réalisations différentes. Cette méthode d'estimation peut être étendue progressivement de 6 groupes de 6 spectres à 2 groupes de 18 pour finir par un seul groupe de 36. On se retrouve alors avec une seule matrice. Il faut donc appliquer le critère de stabilité en redécoupant les 44 fréquences échantillonnées en deux réalisations distinctes de la même série de 22 mesures, comme indiqué au § III.2.

La figure 38 montre les résultats de l'estimation des 6 éléments propres dominants du spectre de Fourier du cliché Montélimar 033. La première valeur propre et le premier vecteur propre seuls répondent au critère de stabilité ($S = 4,7$). A titre de comparaison on présente également l'estimation des éléments propres dominants à partir de 2 groupes de 18 spectres (figure 41). Dans ce cas les deux premiers éléments propres sont estimés correctement.

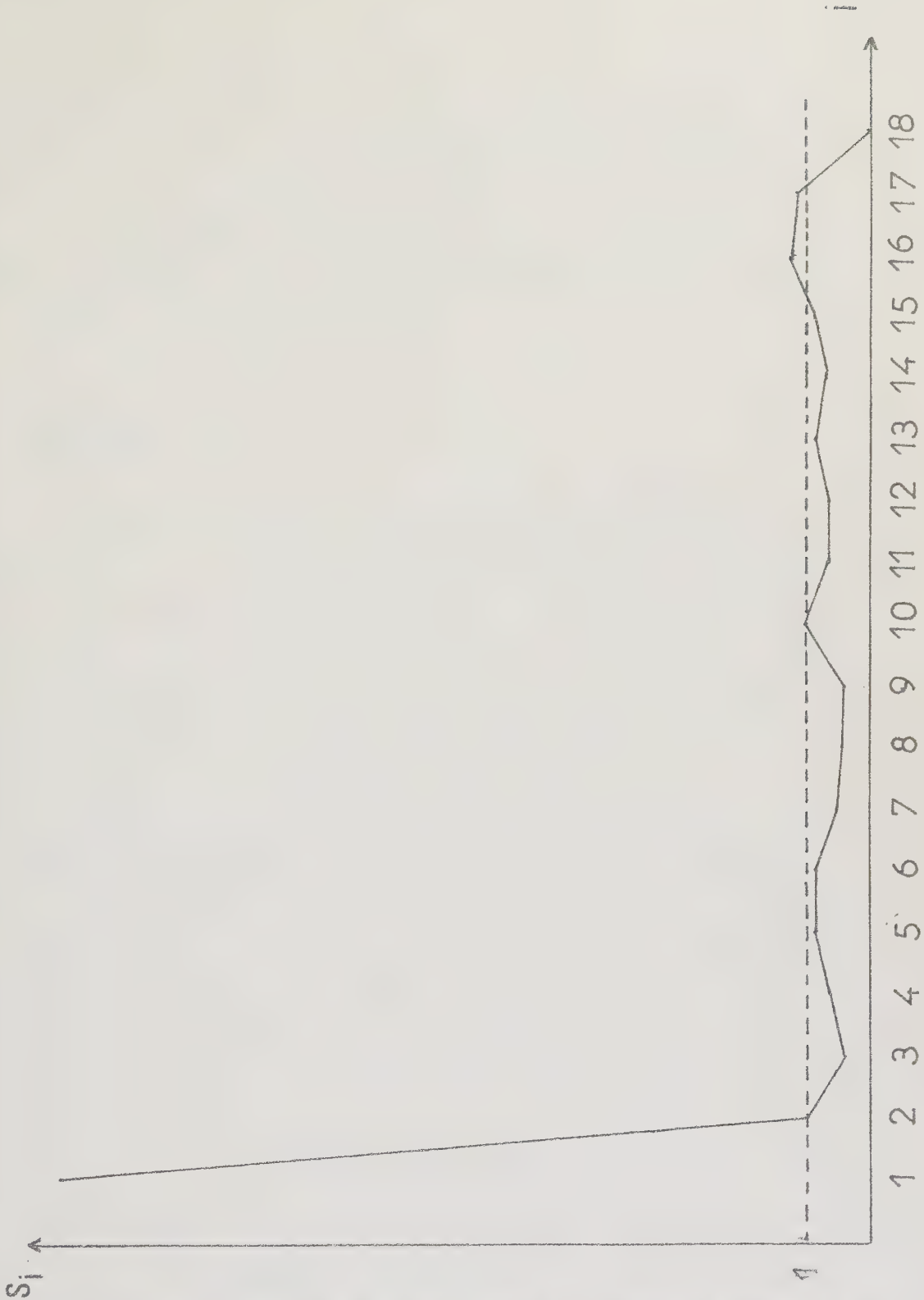
i	1	2	3	4	5	6
S_i	4.9	0.4	0.5	0.9	0.6	0.0



Evolution du rapport de stabilité S_i dans la base de K-L obtenue à partir de sous-matrices 6,6 (Montélimar 033)

Figure 40

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
S _i	14	1	0.4	0.6	0.8	0.8	0.5	0.4	0.4	1	0.7	0.7	0.8	0.7	0.9	1.4	13	0.0



Evolution du rapport de stabilité S_i dans la base de K-L obtenue à partir de sous-matrices 18.18 (Montélimer 033)

Figure 41

La figure 42 montre les mêmes résultats pour le cliché Orange 007. L'estimation à partir de groupes de 6 spectres ne donne que le premier élément propre, celle à partir de groupes de 18 spectres (figure 43) permet d'estimer les deux premiers éléments dominants.

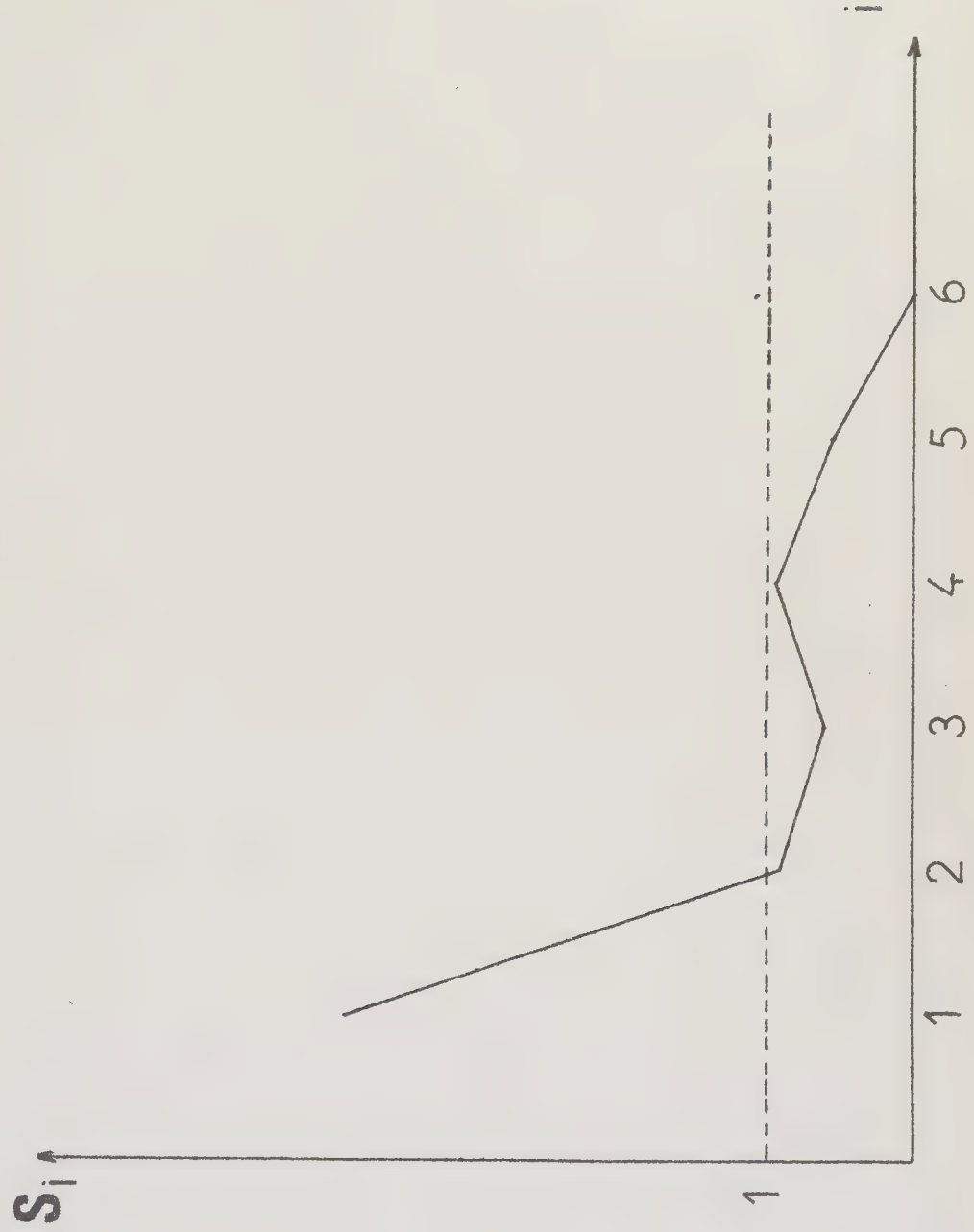
L'intérêt immédiat de cette méthode est de pouvoir être mise en oeuvre sur un calculateur léger si le nombre d'éléments propres dominants déterminé a priori, est suffisamment petit.

III.5. CONCLUSION

Pour accéder correctement aux paramètres statistiques d'un phénomène il faut un certain nombre d'estimations. A titre de critère quantitatif on prenant 50 % des estimations on doit pouvoir estimer les principaux paramètres. Dans le cas présent, les résultats sont décevants. La moitié des échantillons ne donne que deux vecteurs propres. Ceci traduit le peu de cohérence interne du groupe, au point de vue statistique, dont le nombre est trop faible pour que tous ses paramètres soient significatifs.

Par contre cette expérience a permis de se rendre compte que le nombre de réalisations procédait lui aussi d'un échantillonnage et que ce nombre était lié à celui de la dimension d'échantillonnage d'une réalisation. Notons encore que les deux espaces-réalisation et espace de représentation de la fonction d'autocorrélation peuvent être indépendants dans la mesure des données ; s'ils ne sont pas relevés par le même instrument de mesure on peut parler d'indépendance des mesures. Dans notre cas c'est le même appareil qui donne n et p .

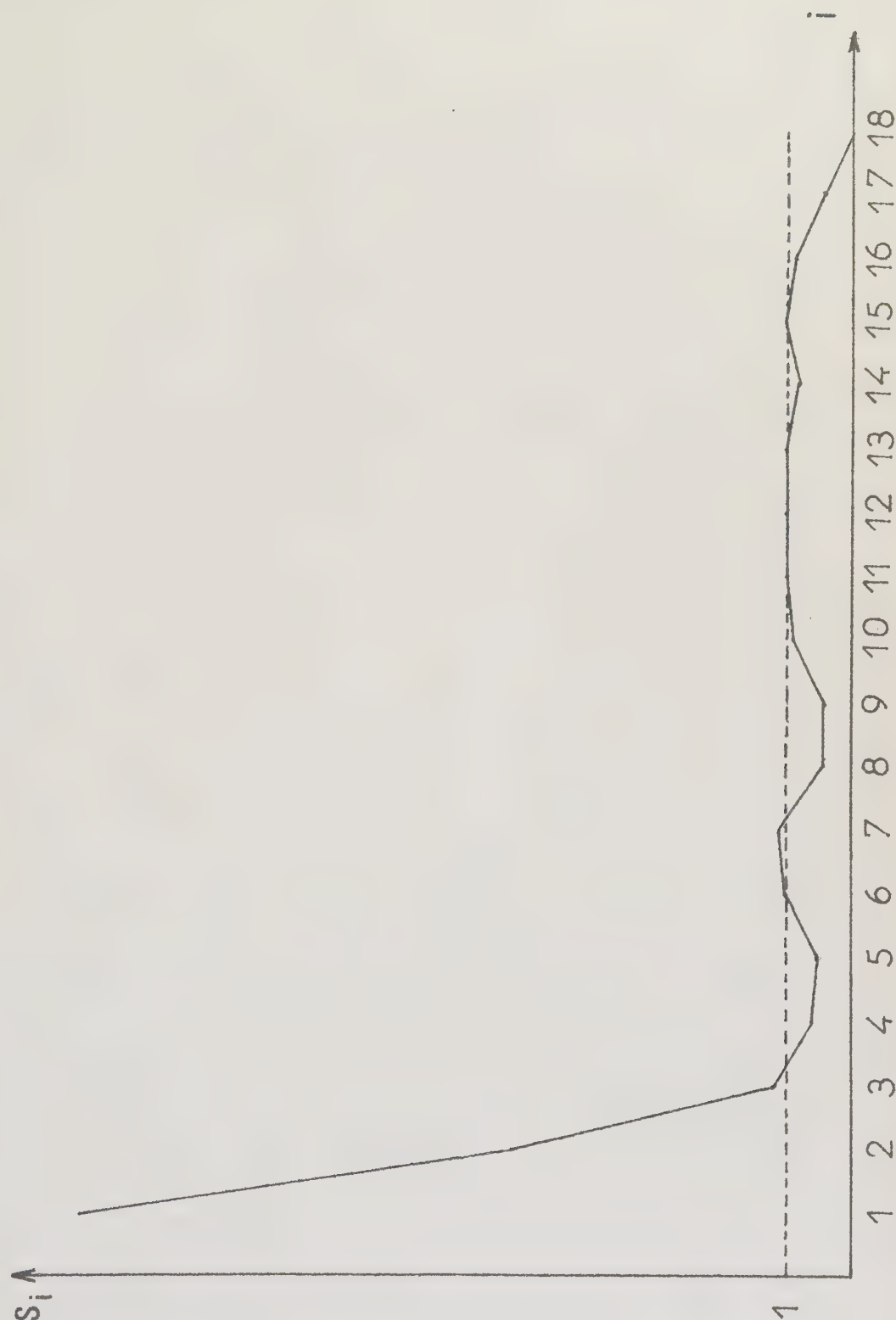
i	1	2	3	4	5	6
S_i	3.9	0.9	0.7	0.9	0.6	0.0



Evolution du rapport de stabilité S_i dans la base de K-L obtenue à partir de sous-matrices 6.6 (Orange 007)

Figure 42

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
S_i	12	5.3	1.2	0.6	0.5	1	1.1	0.4	0.4	0.9	1	1	1	0.7	1	0.8	0.4	0.0



Evolution du rapport de stabilité S_i dans la base de K-L obtenue à partir de sous-matrices 18.18 (Orange 007)

Figure 43

CONCLUSION GÉNÉRALE

Pour répondre au problème posé par les historiens, deux méthodes ont été proposées. La première méthode fait appel aux techniques de filtrage qui découlent des propriétés de la Transformation de Fourier optique (filtrage de directions). La simplicité de cette méthode a un avantage important : elle permet de traiter facilement un très grand nombre de clichés (voir en appendice : les premiers dépouillements des clichés par les historiens du Centre de Recherches d'Histoire Ancienne de Besançon). L'utilisation de cette méthode classique amène par ailleurs d'autres réflexions : le fondement théorique utilisé ici date d'environ 1945 (P.M. DUFFIEUX). L'avènement du laser au début des années 60 a permis l'application aisée des principes de filtrage fournis par la théorie. Une telle coopération Histoire-Physique aurait pu être effectuée il y a au moins 10 ans. Qu'une étude systématique aboutisse seulement en 1977 indique nettement le peu de liens existant actuellement entre ces différentes disciplines, cela même à l'intérieur de l'Université qui de par ses structures et sa vocation devrait être le lieu privilégié de tels échanges.

La deuxième méthode est basée sur l'analyse statistique des directions échantillonnées. Les résultats dus à cette méthode se sont révélés positifs mais de par la relative nouveauté (et coût) des traitements mis en oeuvre seuls deux clichés ont été examinés. La plus grande partie des résultats "efficaces" est due aux méthodes classiques. Par ailleurs la transformation de Karhunen-Loève, support de l'analyse statistique réalisée, a été testée dans son application et sa démarche à l'aide de critères d'estimation. L'importance de l'échantillonnage a été alors mise en valeur. L'héritage essentiel de ce type de traitement : revient au traitement des écritures manuscrites réalisé au laboratoire : la représentation d'une écriture en tant que réalisation d'un processus aléatoire pose en effet le double problème du prélèvement d'éléments manuscrits se succédant dans le temps (l'échantillonnage) et pour un élément particulier, celui de la saisie des paramètres significatifs.

Enfin, à titre personnel, la confrontation entre la théorie et la pratique s'est révélée la part, de loin, la plus prenante et formatrice. Le candidat est passé de l'application de recettes à un stade demandant un apport personnel plus actif.

REFERENCES

- (1) A. MARECHAL, P. CROCE, *"Un filtre de fréquences spatiales pour l'amélioration du contraste des images optiques"*, C.R. Acad. Sc. 237 B, 1953, pp. 607-609.
- (2) J.Ch. VIENOT, J. BULABOIS, G. PERRIN, *"Notion de degré de ressemblance de formes géométriques défini dans une opération de filtrage corrélation optique"*, C.R. Acad. Sc. 263 B, 1966, pp. 1300-1303.
- (3) J.Ch. VIENOT, J. DUVERNOY, G. TRIBILLON, J.L. TRIBILLON, *"Three methods of information assessment for optical data processing"*, Appl. Opt., 12, 5 (1973), 927.
- (4) J. DUVERNOY, *"Codage de l'information dans un processus aléatoire. Influence des paramètres statistiques sur la densité spectrale d'énergie"*, Opt. Comm., 13, 1 (1975), pp. 48-53.
- (5) S. GOLDMAN, *"Information Theory"*, Dover Publ. New-York (1973), chap. 8, p. 280.
- (6) A. VAN DER LUGT, *"Signal detection by complex spatial filtering"*, IEEE Trans. Inf. Theory. IT-10, 1964, pp. 39-145.
- (7) N.F. BARBER, *"A diffraction analysis of a photograph of the sea"*, Nature n° 4168, sept. 17 (1949).
- (8) J.Ch. VIENOT, Coll. Inter. Prob. Phys. TV Couleur, Acta Elect. 2, (1957) p. 279.
- (9) A. FONTANEL, G. GRAU, *"Traitement optique de l'information en géophysique et dans le domaine de la photographie aérienne"*, L'Onde Electrique, 48, 492 (1968), p. 235.
- (10) M. GUY, *"Le traitement optique des photographies aériennes"*, Document Archéologia 1, 1973, pp. 73-75.
- (11) G.G. LANDARIS, G.L. STANLEY, *"Diffraction pattern sampling for automatic pattern recognition"*, Proc. IEEE 58, 2 (1970) pp. 198-216.
- (12) K. FUKUNAGA, *"Introduction to statistical pattern recognition"*, ed. Academic, Press, New-York (1972) p. 238.
- (13) H.C. ANDREWS, *"Introduction to mathematical techniques in pattern recognition"*, Ed. Wiley Interscience, New-York (1972), chap. 5, pp. 145-165.
- (14) A. CARON, *"Pupilles synthétiques : formation des images et amélioration de la résolution"*, Nouv. Rev. Optique, 4, 6 (1973), pp. 337-352.
- (15) J.Ch. VIENOT, J. BULABOIS, *"Filtrage par hologramme d'un signal optique complexe ; application au recalage des cartes de radar"*, Rev. Opt., 44, 1965, pp. 621-624.

- (16) M. LOEVE, *"Probability Theory"*, Ed. Van Nostrand (1955), Chap. 10.
- (17) S.WATANABE, *"Karhunen-Loève expansion and Factor analysis. Theoretical remarks and applications"*, Proc. 474, Prague Conf. Inform. Theory, Prague (1965) pp. 637-660.
- (18) G.E. LOWITZ, *"Traitement orthogonal des images multispectrales - sensibilité des coefficients de Karhunen-Loève à l'échantillonnage"*, C.R. 5ème Journée d'Optique Spatiale, Marseille, (1975), ed. C.N.S. pp. 137-163.
- (19) K. FUKUNAGA, *"Introduction to statistical pattern recognition"*, ed. Academic Press, New-York (1972), chap. 10.
- (20) H. VENTSEL, *"Théorie des probabilités"*, éd. Mir, Moscou (1973).
- (21) K. FUKUNAGA, *"Introduction to statistical pattern recognition"*, ed. Academic Press, New-York (1972), pp. 40-249.
- (22) A. PAPOULIS, *"Probability, Random variables and stochastic processes"* ed. Mc. Graw-Hill, New-York (1965).

ANNEXE

PREMIERE ETAPE - VERIFICATION DE LA METHODE

Cette annexe est extraite du rapport d'ATP "Traitement des Images" déjà cité page 5.

L'histoire et l'archéologie disposent en France d'un document archéologique unique, d'une valeur exceptionnelle, tant par l'information qu'il contient que par le champ géographique qu'il concerne : c'est le cadastre d'Orange - en fait plusieurs cadastres - gravé sur des plaques de marbre, dont on a retrouvé certains fragments, et comportant les limites de centuries, les principaux détails de la topographie, routes et rivières, en situant les lots des colons avec mention du nom de certains possesseurs et de leurs impositions. L'analyse de ce document a permis de définir l'orientation des cadastres, au nombre de 3, et les zones concernées par la centuriation (1) (cf. figure 0).

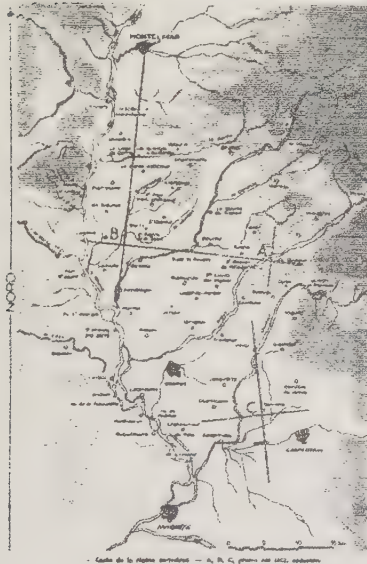
Les 3 cadastres découverts (A, B et C) intéressent une région considérable, la partie de la vallée du Rhône comprise entre Montélimar - au Nord -, Pont-Saint-Esprit - à l'Ouest -, Avignon et Carpentras - au Sud -, Vaison et Valréas - à l'Est -.

Dans ces conditions, il apparaît opportun de rechercher les traces de ces centuriations dans le réseau routier et la voirie rurale ainsi que dans le type d'organisation et l'orientation du parcellaire. D'autre part, la connaissance de ces cadastres, confrontée aux résultats de l'enquête permet de critiquer et d'affiner la méthode.

(1) A. FIGANIEL, *Les documents cadastraux...*, p. 95, Schéma du cadastre A ; p. 141, localisation du cadastre B et p. 135 ; p. 266, schéma du cadastre C et p. 270, localisation.

Localisation des cadastres d'Orange (d'après A. Piganiol)

Axes des trois cadastres d'Orange



Cadastre B



Cadastre C



Figure 0

DEUXIEME ETAPE - REALISATION

L'expérience est menée à partir d'une couverture aérienne cohérente et continue, et concerne deux ensembles régionaux d'un grand intérêt :

1) - La zone de la vallée du Rhône concernée par les documents cadastraux d'Orange. C'est une étape importante, où se vérifie la méthode.

2) - La zone du Languedoc où s'étendait le territoire de la cité de Béziers et s'effectuait le contact avec la centuriation de Narbonne.

La vallée du Rhône (cartes de localisation I, II, III, IV)
voir figures 1, 3, 8, 12

Montage I : les clichés assemblés figure 2 présentent la zone située au Nord-Est d'Avignon, entre l'Ouvèze, la Sorgue et les Monts du Vaucluse. Le montage des filtrages montre que le parcellaire actuel s'oriente selon les directions dominantes N.N.-O/S.S-E, inclinées vers l'Ouest à environ 15-20°, avec une orientation privilégiée moyenne de 17°. La structure actuelle des champs, du réseau d'irrigation et de certaines voies de communications prolonge dans ses grandes lignes l'orientation du cadastre C d'Orange ; mais on ne saurait confondre ce cadastre avec celui d'Orange, car il existe un décalage d'environ 10° entre l'orientation antique proposée par A. Piganiol (2) et l'orientation repérée dans cette zone (3).

Montage II.1. ; figure 4 : il s'agit de la zone située immédiatement au Nord de celle qui précède. Elle est traversée du Nord au Sud par l'Ouvèze, qui sépare Violès d'une part et Sablet, Gigondas et Vacqueyras d'autre part. Les filtrages prouvent la complexité de cette région : on y trouve 3 grandes orientations.

(2) 6,5° : ce décalage est relevé par A. FIGANIOL, *op. cit.*, p. 400-401.

(3) Ces résultats confirment les relevés et les conclusions de J. SOYER, *RAN*, p. 195 et fig. 45, 1974.

Carte de localisation I

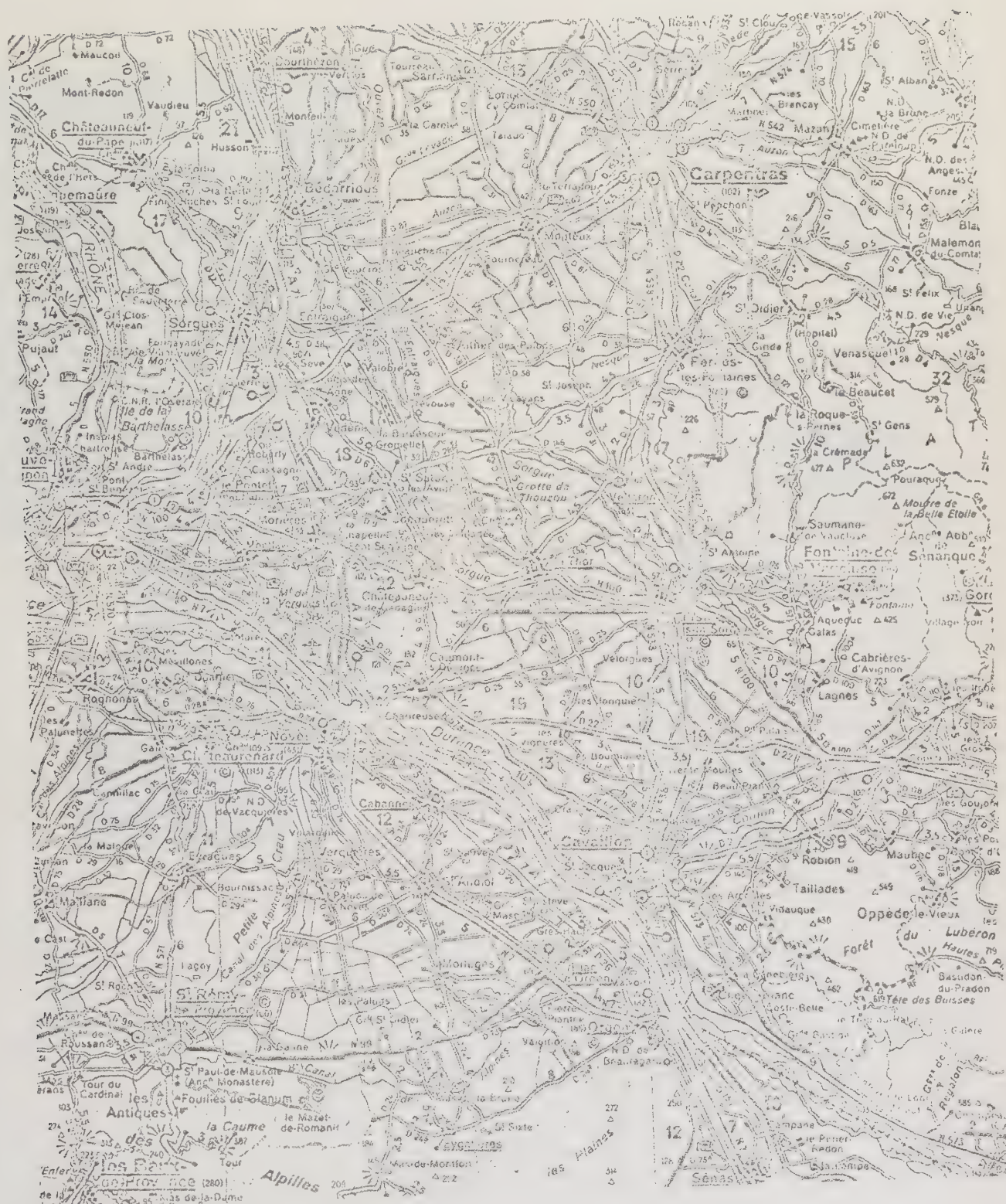


Figure 1

zone de Carpentras

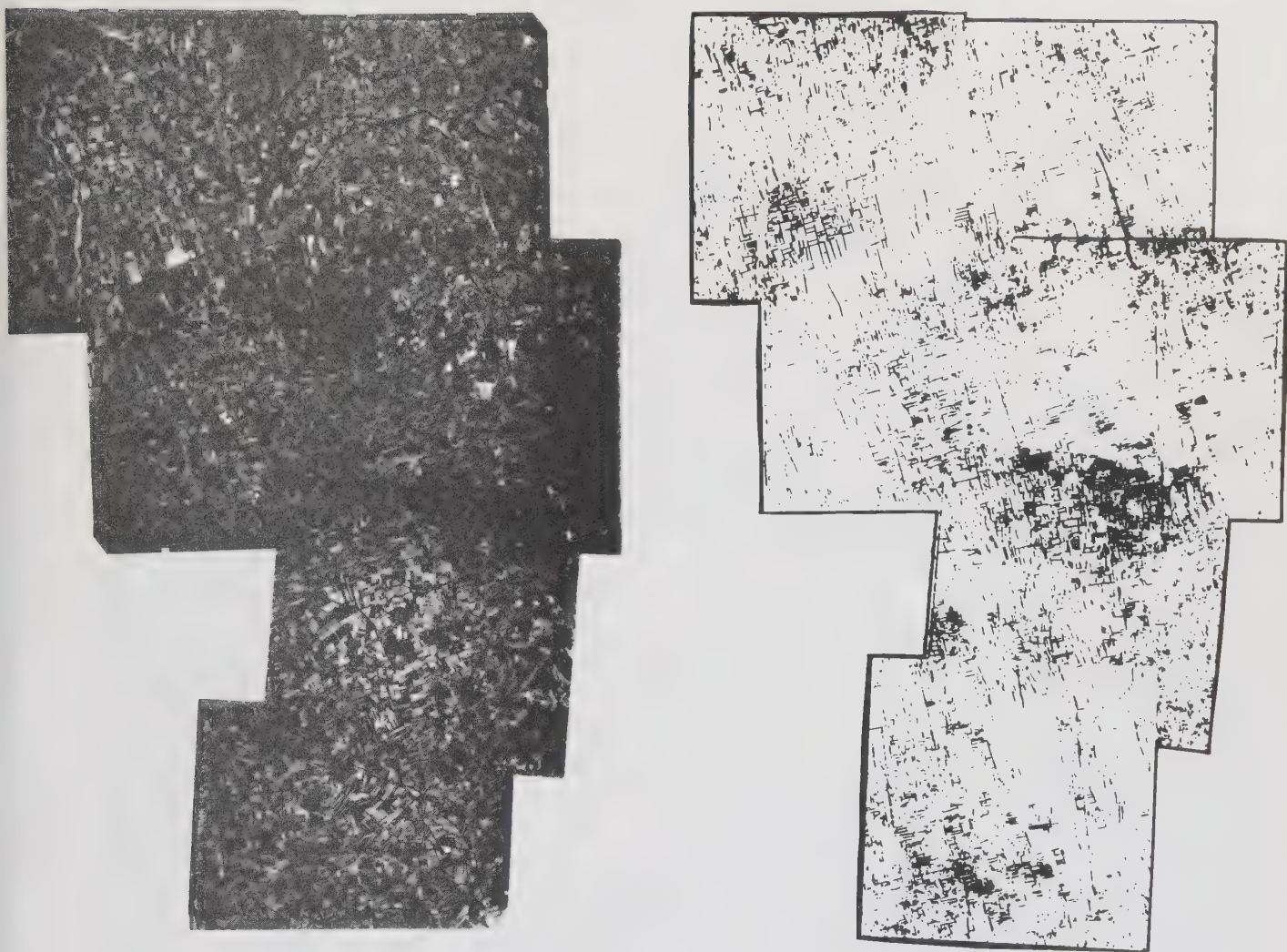


Figure 2

Carte de localisation II



Figure 3

zone de Vacqueyras

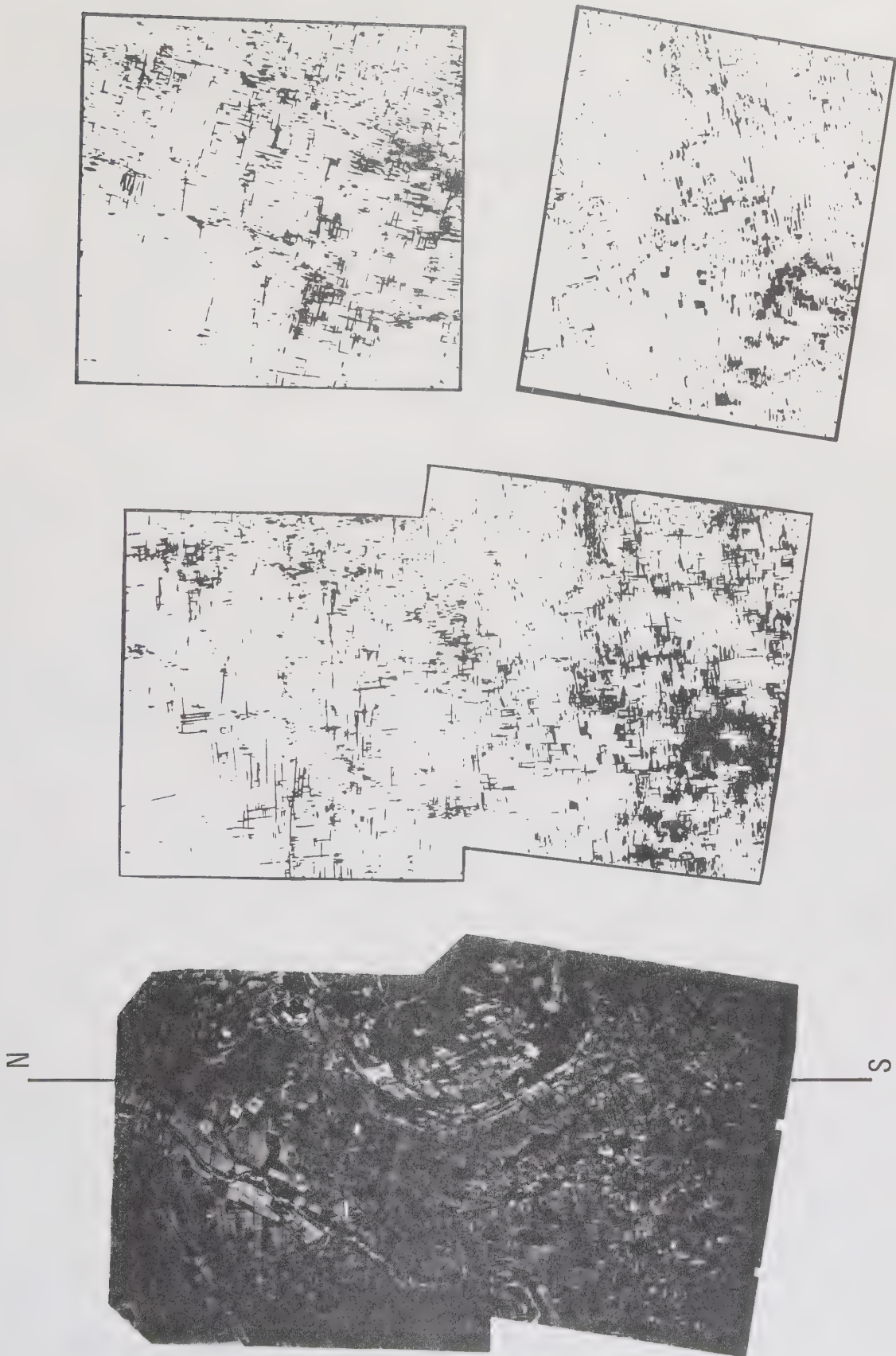


Figure 4

a) il convient d'abord de signaler, au Sud du montage, les traces du cadastre (17⁰⁰) de la zone de Carpentras, dont l'extension atteint ici (L'Ouvèze, Vacqueyras) ses limites septentrionales.

b) Dans l'ensemble du montage, s'affirme la présence d'un carroyage incliné vers l'Ouest à 6,5°, surtout dans la région (Garrigues de l'Etang, Garrigues Sud et le réseau routier au Sud de Vacqueyras) située entre l'Ouvèze Vacqueyras et les Baumes-De-Venise. Cette orientation est celle que propose A. Piganiol pour le cadastre C d'Orange.

c) Enfin, au Nord de Vacqueyras, apparaissent les traces d'un carroyage incliné vers l'Est, à 4, 5°, ce qui correspond à l'orientation du cadastre B d'Orange.

Les différentes orientations qui organisent le parcellaire suffisent à prouver que l'on est ici en présence d'une zone importante de contact, où se superposent les deux directions des cadastres d'Orange et où se repère le prolongement du cadastre dominant dans la région de Carpentras.

Montage II.2. ; Figure 5 : située au Nord-Est d'Orange, cette région est traversée par l'Aigue et l'Ouvèze, grandes obliques N.E./S.O. qui influencent en partie le réseau routier et la structure du parcellaire qui jouxte les deux rivières. Cette caractéristique ne suffit pas à effacer les traces des cadastres B et C.

a) On note la présence de l'orientation du cadastre B, au Sud de Cairanne et de Rasteau, situés au pied de la colline : ainsi le tracé significatif de la route D.69, et du réseau routier, qui lui est perpendiculaire au Sud de Rasteau et auquel répond, sur la rive gauche de l'Ouvèze, le tracé du canal du Moulin de Sablet. A signaler aussi, aux deux coins supérieurs du montage, les traces importantes d'un réseau structuré (voies rurales et limites de champs) au N.E. de Roaix, au-dessus de l'Ouvèze et sur la rive droite de l'Aigue, entre St-Roman-de-Malegarde et la route N.576, où il est possible de repérer les rythmes de 710m.

zone de Rasteau

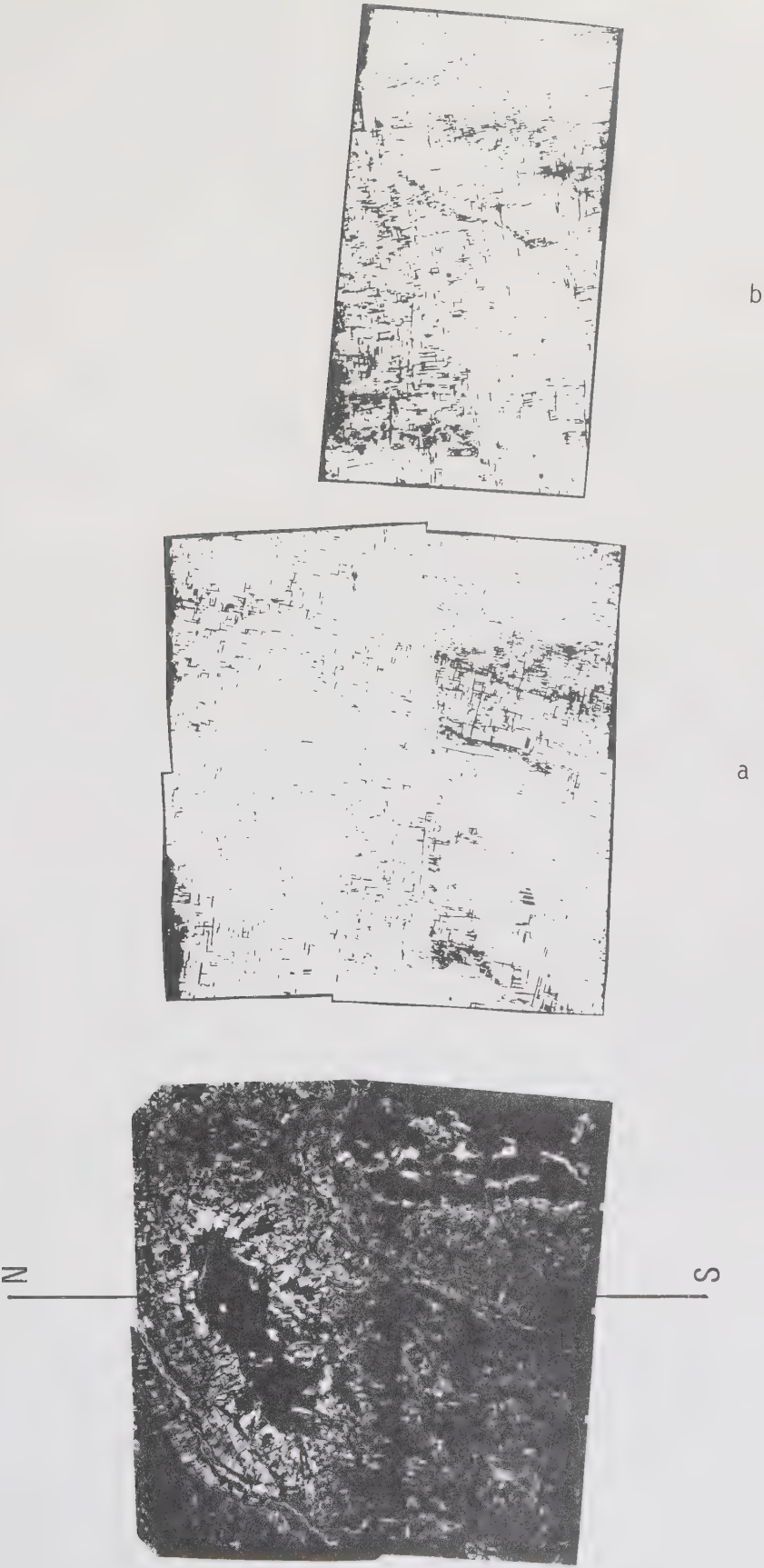


Figure 5

b) L'orientation du cadastre C apparaît dans le tracé du chemin qui relie le Bois de la Garrigue (lieu-dit la Courançonne) à l'Ouvèze (lieu-dit St-Aliman) et le réseau des chemins relayé par la route D.8, qui lui est perpendiculaire, entre Le Velage et Cairanne ; de même, on retrouve cette orientation dans le parcellaire et les chemins d'exploitation situés entre St-Aliman et le Crapon, au S.O. de Rasteau.

Montage II.3. ; figure 6 : il s'agit de la région située à l'Ouest de l'Aigue au N.E. d'Orange, et comprenant à l'Ouest les premières hauteurs boisées du Tricastin.

a) Le premier montage rend compte de la présence importante de traces du cadastre B d'Orange, matérialisées dans le tracé de la route D.117 au Nord de Rochegude - exactement orienté à $4,5^{\circ}$ N.E. - du réseau routier qui est perpendiculaire à la route D.8. reliant Rochegude à Ste-Cécile-Les-Vignes, et où l'on relève des intervalles significatifs de 710 m, rythmes que l'on retrouve dans toute la région située entre Ste-Cécile et l'Aigue, tant au N.E. qu'au S.E.

b) Le second montage de filtrages ne concerne que les clichés 007 et 018 qui correspondent à la plaine de Ste-Cécile, où persistent des traces nombreuses du cadastre C, articulées sur la route D.154 reliant Camaret-sur-Aigues à Ste-Cécile. Outre cet axe, il faut signaler le chemin qui lui est parallèle, dans son tracé entre le Grand Alcyon et la Chapelle N.D. (route D.8) au S.E. de Ste-Cécile, et une série de chemins parallèles, entre cette même ville et le lieu-dit le Grand Bois, et au lieu-dit de Garrigue Réservée (rythmes de 710 m).

Montage II.4 ; figure 7 : avec ce montage se termine l'étude de la plaine d'Orange, puisque les 4 clichés couvrant la région Est d'Orange (Camaret-sur-Aigues et Jonquières) sont interdits de diffusion par les autorités militaires ; il s'agit ici de la plaine limitée à l'Ouest et au Sud par le cours du Rhône (Caderousse au Sud), à l'Est par l'agglomération d'Orange, et

zone de Ste-Cécile-les-Vignes

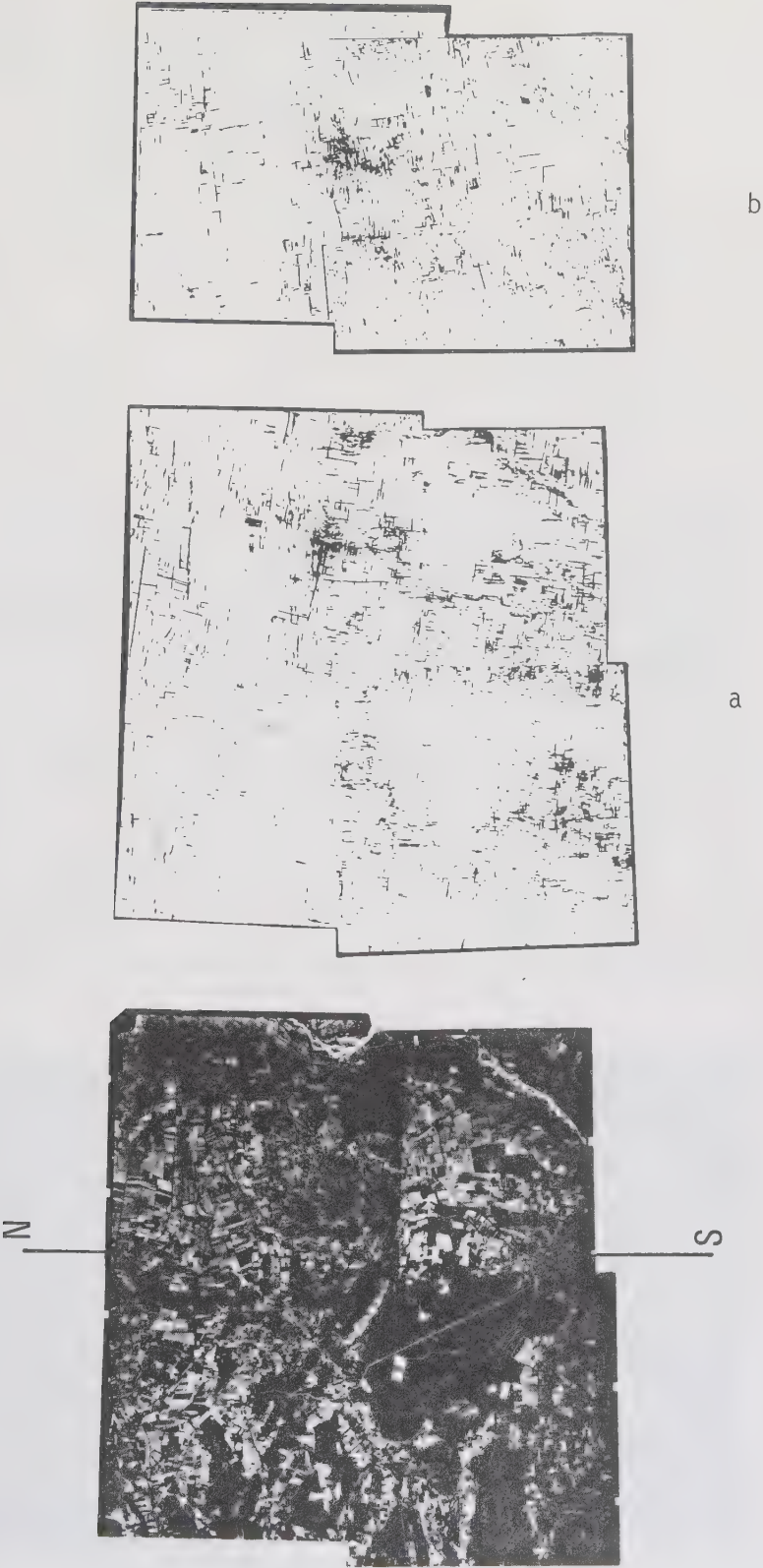
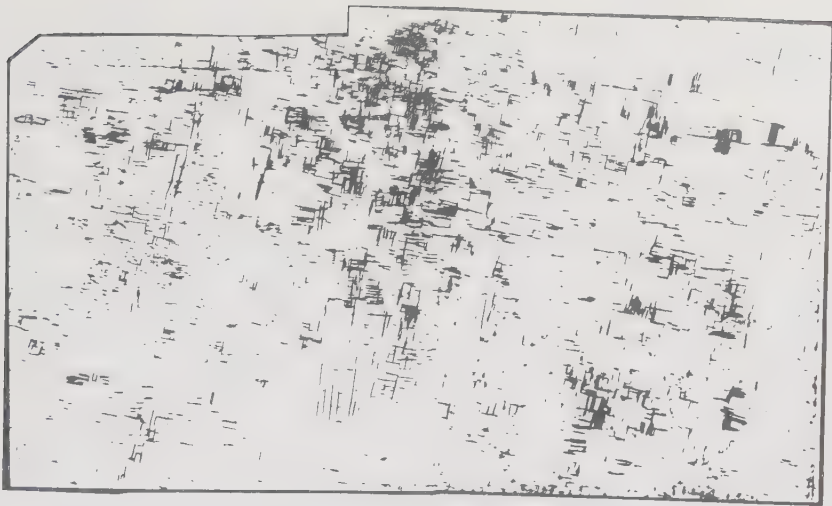
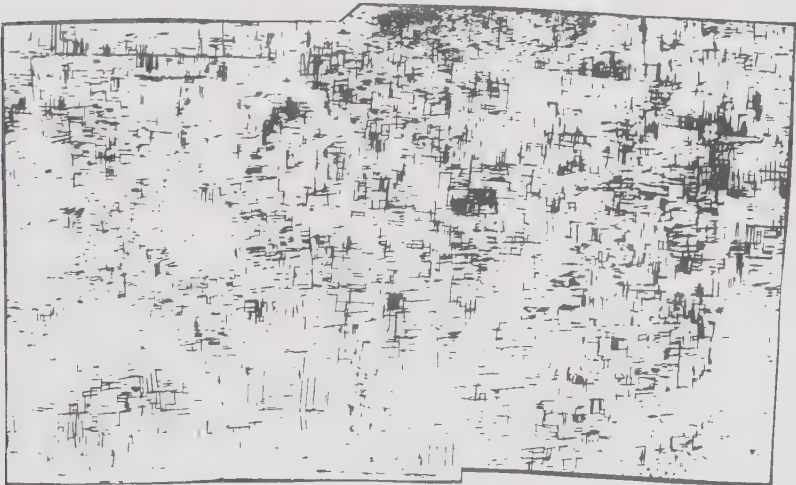


Figure 6

zone d'Orange-Ouest



b



a



Figure 7

au Nord par les collines qui dominant Piolenc, et traversée en son centre par l'Aigue qui vient se jeter dans le fleuve.

a) On note ici une très importante présence du cadastre C : entre Mernas au Nord, non visible sur le cliché, et Caderousse au Sud, un ensemble continu de petites routes dessine un axe orienté à 6,5° N.O.. Perpendiculaires à cet axe, une série de chemins et petites routes contribue à organiser un carroyage relativement dense.

b) Le cadastre B affirme aussi sa présence, surtout à l'Ouest de la ville d'Orange, où les voies de communication, orientées N.S. ou E.O., dessinent des intervalles réguliers larges de 710 m (et multiples). D'ailleurs, entre Piolenc et Sérignan-du-Comtat, dans une région non visible sur les clichés dont on dispose, le paysage conserve les traces parfaites d'une centurie (aux lieux-dits Grand et Petit Bouigard).

Conclusion : cette plaine, limitée à l'Ouest par le Rhône et les premières hauteurs du Tricastin, à l'Est par les Dentelles de Montmirail, se révèle donc une zone particulièrement intéressante du point de vue historique gardant l'empreinte des deux cadastres romains qui s'y sont succédés. Les traces mises en valeur par les filtrages et confirmées par l'examen des cartes d'Etat-Major semblent indiquer une extension vers le Nord (4) du cadastre C (6,5° Ouest) au-delà de Rochemure et de Ste-Cécile-Les-Vignes. Quant aux traces du cadastre B (4,5° Est), elles subsistent avec une relative densité dans le secteur Ouest (au Nord de Caderousse et à l'Ouest d'Orange) et commencent à apparaître dans le secteur Est, au Nord de Vacqueyras, et surtout sur la rive droite de l'Ouvèze. Ces indices nous autorisent donc à proposer une extension méridionale du Cadastre B au niveau de Caderousse et Jonquières (5).

(4) En l'état actuel de nos sondages.

(5) A. PIGANOL, tenant compte des trouvailles archéologiques, propose une limite méridionale du cadastre B au niveau d'Orange et une limite septentrionale du cadastre C au niveau de Sérignan-du-Comtat et de Séguret.

Montages III : ils concernent la vallée du Rhône plus précisément la plaine du Tricastin, limitée au Sud par l'étranglement de Mondragon-Mornas, et au Nord, par le "robinet" de Donzère, ouvrant sur la partie méridionale de la plaine de Montélimar : à ce niveau, la vallée est bordée à l'Ouest par les plateaux des Cévennes, et à l'Est, -par les hauteurs du Tricastin.

Montage III,1 ; figure 9 : le montage couvre la partie méridionale de la plaine du Tricastin, avec Pont-St-Esprit au S.O., Mondragon et Bollène au S.E., et Lapalud au centre. La plaine garde des traces nombreuses d'un carroyage peu affecté par le tracé du Canal de Donzère à Mondragon : d'orientation N-S, il est incliné à $4,5^{\circ}$ vers l'Est. On le retrouve dans la région de Saint-Remès (au N.E. du montage), au lieu-dit la Plaine. Il s'agit de l'orientation du cadastre B : selon A. Piganiol, le *decumanus maximus* et le *cardo maximus* de ce cadastre se coupent à l'Est de Lapalud (6).

Montage III,2 ; figure 10 : il concerne la partie septentrionale de la plaine du Tricastin, qui se resserre au Nord avec le défilé de Donzère et que dominent le plateau des Echirouzes (au N.E.) et la Garde-Adhémar ; au centre, Pierrelatte.

On repère les grandes lignes organisatrices d'un quadrillage d'orientation N.-S., inclinée à $4,5^{\circ}$ vers l'Est. Le parcellaire et le réseau des voies de communication conservent l'empreinte du cadastre B.

Les clichés couvrant le secteur de l'usine atomique et St-Paul-Trois Châteaux sont interdits de diffusion par la Défense Nationale. Cependant, l'étude des cartes topographiques fait apparaître des rythmes de 710 m :

(6) cf. A. PIGANOL, *op. cit.*, pl. XLIII, XLVII, XLII.

Carte de localisation III



Figure 8

zone de Lapalud

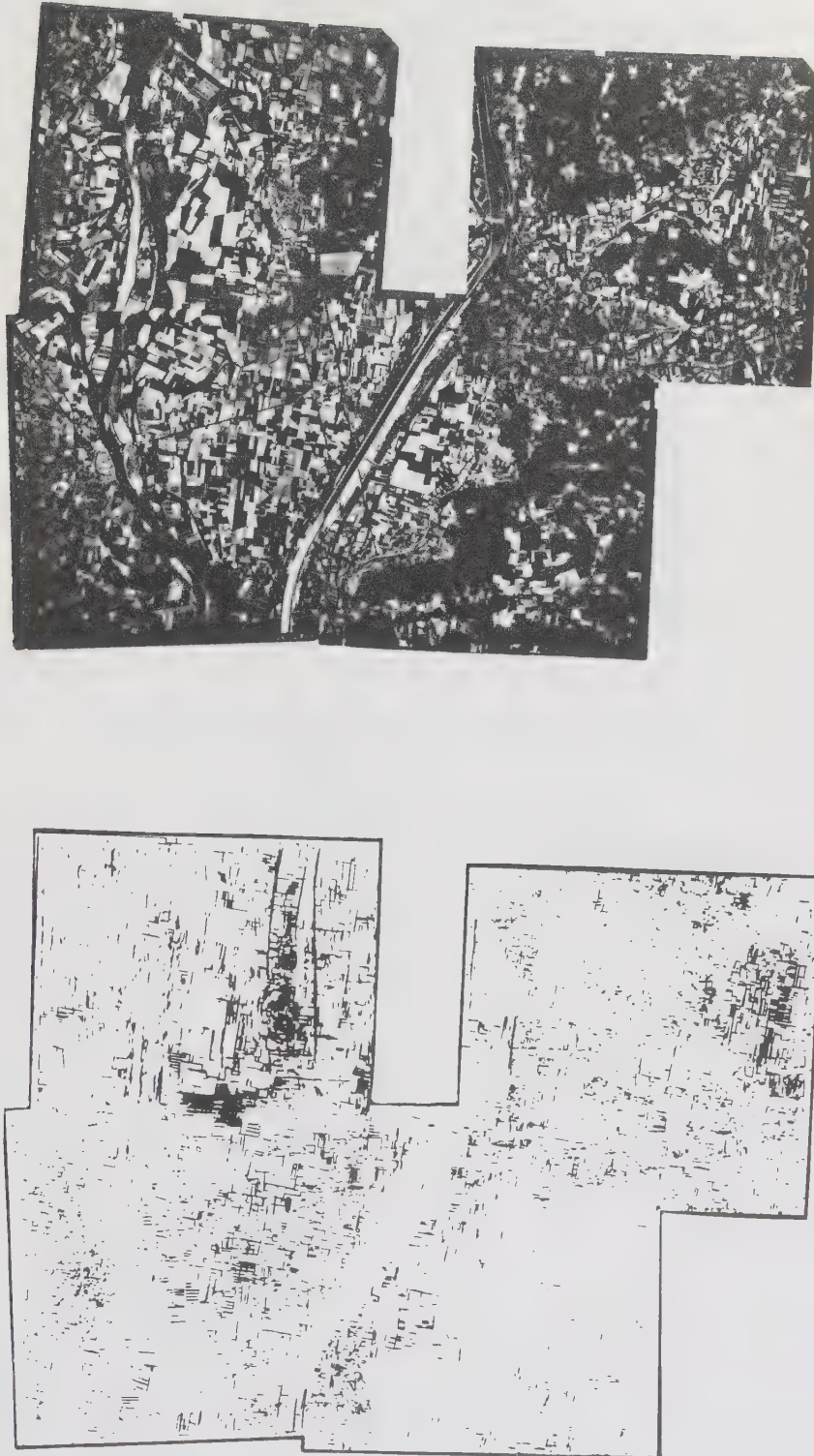


Figure 9

zone de Pierrelatte

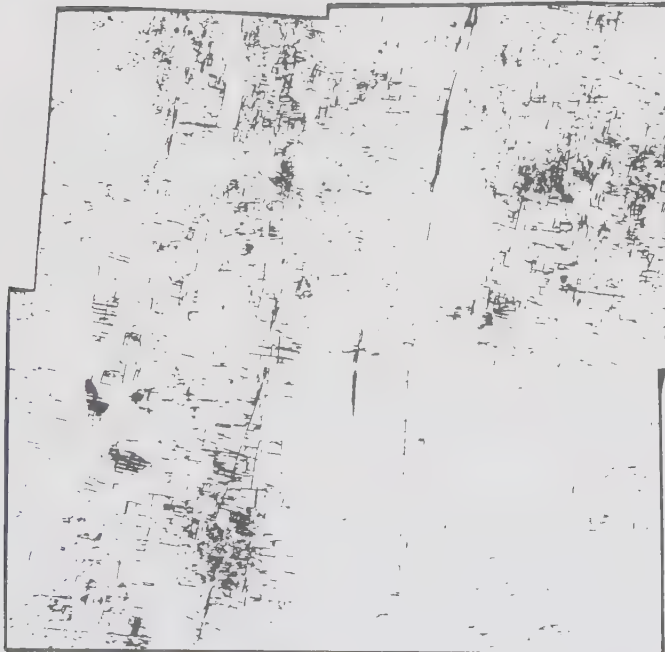


Figure 10

. entre le chemin situé au S.E. de St-Paul (Ferme la Urne, Moulin de Bellevue) et le chemin reliant les Planchettes à la ferme La Calamande (chemin aujourd'hui coupé par le canal) ;

. entre ce chemin et le chemin reliant la ferme de Lespitalet au Château de Faveyrolles ;

. dans le sens N.-S., entre le chemin situé au Sud de St-Paul (lieu-dit Les moulins) et le chemin allant du Moulin de Bellevue au lieu-dit Chante-Perdrix que prolonge en partie la route D.158 ;

. entre ce chemin et le chemin situé entre les fermes Fabrias et Decelle.

Les fragments du cadastre mentionnent cette région : le Logis-de-Berre, au pied du plateau des Echirouzes, avec la rivière La Berre franchie par la voie romaine - empruntée aujourd'hui par la D. 158 - (7).

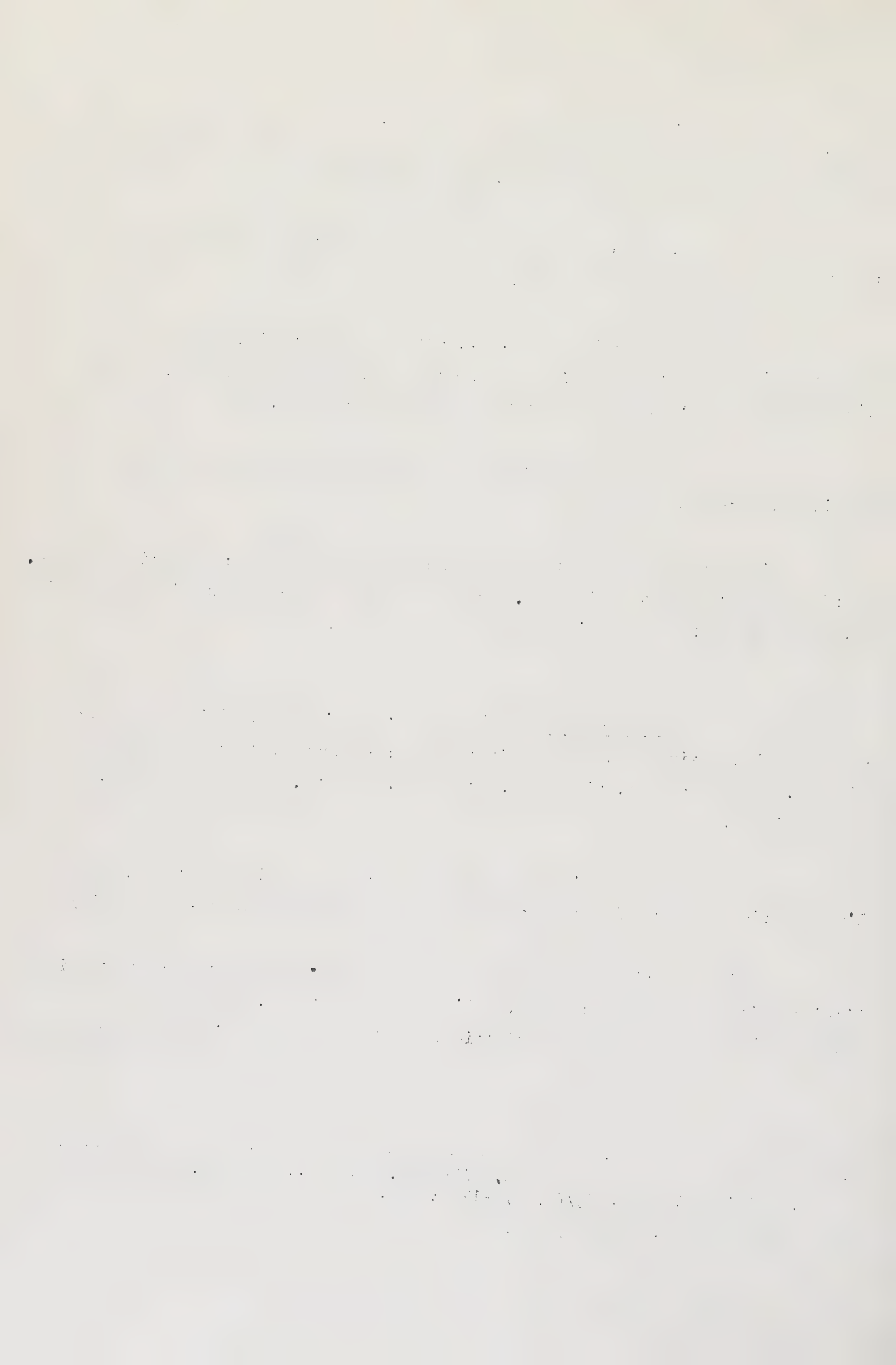
Montage III,3 ; figure 11 : il s'agit du défilé de Donzère et de la plaine située au Nord de Montélimar : au centre, de gauche à droite Viviers, Malataverne et, plus haut, Espeluche. Au Nord, les premiers faubourgs de Montélimar.

a) On note tout d'abord la présence des traces du cadastre B, dont l'orientation est grossièrement conservée dans le tracé de la route N.7. (8).

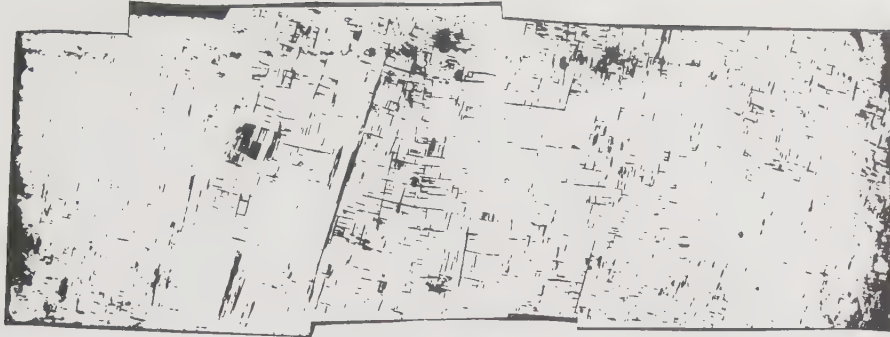
Mais le petit réseau routier et les limites de champs conservent mieux l'orientation du cadastre : ainsi, à l'Est de Malataverne, la route D. 126 ; entre le Rhône et le canal de dérivation, le chemin situé à l'Est de Grange Neuve ;

(7) A. PIGANOL, *op. cit.*, pl. XXI, n° 196 ;
pl. XLI et XLV ; pl. XLVI ; p. 414 et 417.

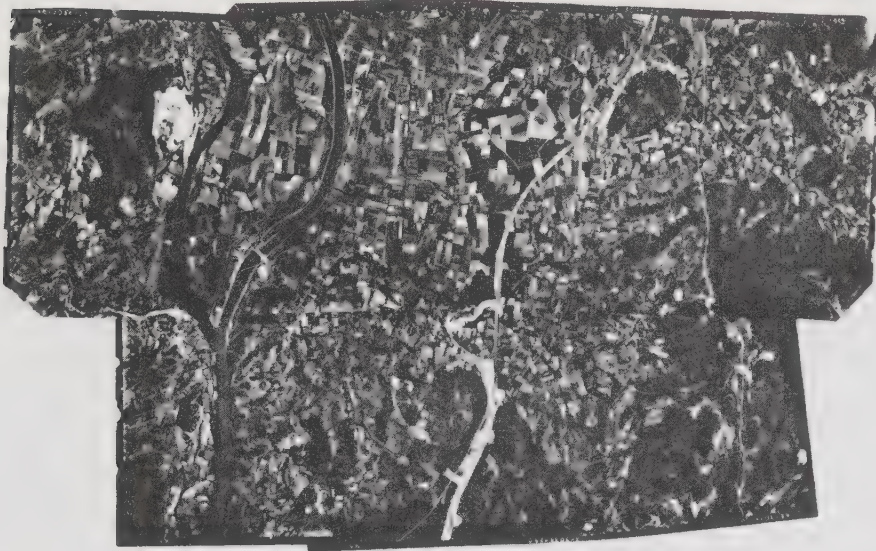
(8) A. PIGANOL, Pl. XL et p. 414.



zone du défilé de Donzère



b



a

Figure 11

la petite route coupant la N.7. au lieu-dit le Grand Pelican, qui se prolonge sous forme de chemin au-delà du canal de dérivation (lieu-dit les Sagnères) et, à l'Est dans une ligne de coupe (au Nord du lieu-dit Terre du Poirier) ; à 1400 m environ plus au Nord, la route D. 206, qui se prolonge sous forme d'un chemin coupant la N.7. au lieu-dit Le Petit Pelican ; perpendiculaire à cette départementale, un ensemble de chemins, de limites, de sentiers dessinant un axe reliant la route au Jabron (Redondon) ; de même le réseau des chemins, sentiers de forêts et limites de commune entre les départementales 206 et 126 ; à signaler aussi le carroyage au S.O. du Petit Monceau (à l'Ouest d'Espeluche) et tous les chemins parallèles ou perpendiculaires à la N.7..

b) La partie supérieure du montage (entre Châteauneuf-du-Rhône et Montélimar) conserve un autre système d'orientation N.-N.E./S.-S.O., incliné à 18° vers l'Est : il s'agit de l'orientation propre à la colonie de Valence (9). "C'est celle du *Kardo* qui traverse Montélimar du Nord au Sud, celle du *kardo* qui se dirige vers Châteauneuf-du-Rhône, et de la route qui conduit du Nord-Est vers Pierrelatte". (10). Plus à l'Est, cette orientation est conservée dans le tracé de la route D.126 (au Sud d'Allan) et dans le carroyage du lieu-dit Plateau de Bondonneau (au Sud de Redondon).

Montages IV : ils couvrent la plaine de Montélimar, traversée d'Est en Ouest par le Jabron (au Sud) et le Roubion (au Nord).

Montage IV.1. ; figure 13 : c'est la région située à l'Est de Montélimar, entre Espeluche, La Bâtie-Rolland et La Bégude-de-Mazenc, et traversée par le Jabron.

a) On y repère une série de chemins et de petites routes, orientés N.-S. à $4,5^{\circ}$ E.. C'est l'orientation qui domine dans le tracé de la route D. 169, au Sud et au Nord de Montboucher sur Jabron, et de la route qui relie Ronfland à Font-Juliane ; on la retrouve de même dans une série de chemins situés au N.O. de la Touche, et dans la région de La Bâtie-Rolland plus au Nord, entre le Vermenon et le Roubion.

(9) A. BLANC, Valence romaine, *Cahiers Valentinois*, I, 1953, p. 19 ; *Relig*, 1953, p. 35-42 ; J. BRADFORD, *op. cit.*, p. 207-210, figure 20, p. 207.

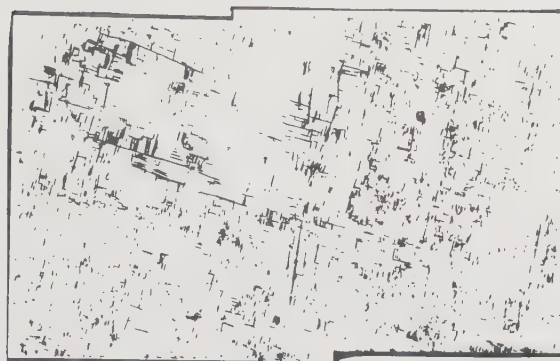
(10) A. PIGANOL, *op. cit.*, p. 400.

Carte de Localisation IV

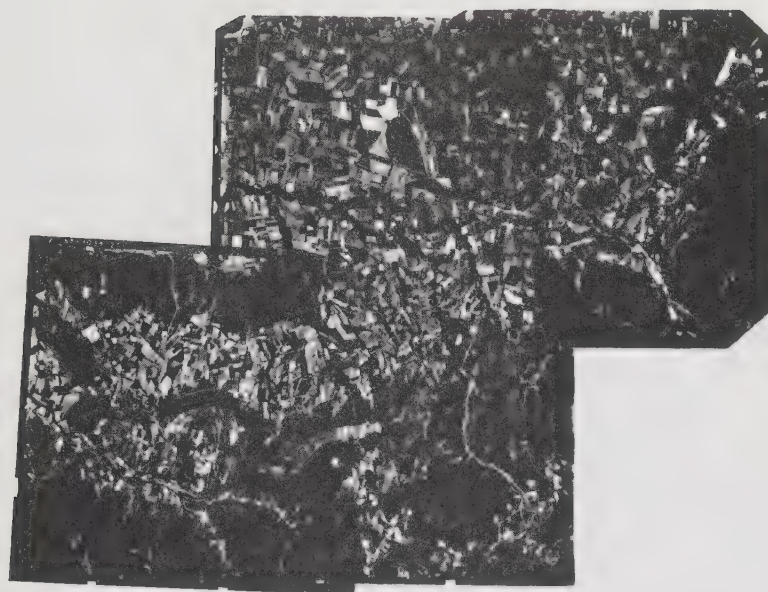


Figure 12

zone de Montélimar-Est



b



a

Figure 13

b) Dans la partie supérieure du montage, - au Nord du Jabron - domine l'orientation du cadastre de Valence.

L'étude des montages III, 3 et IV,1 permet donc d'apprécier l'extension septentrionale du cadastre B d'Orange. Le Roubion semble bien constituer une frontière naturelle au cadastre de la colonie d'Orange. Un fragment du cadastre B (Plaque III, M, 201) (11) confirme cette extension jusqu'au Roubion à l'Ouest de Montélimar.

A. Piganiol estime le cadastre B d'Orange plus récent que le cadastre de Valence : il suppose donc que, dès sa fondation, une partie du territoire de Valence fut attribuée à la colonie d'Orange (12). Cl. Boisse propose une hypothèse pour rendre compte des transformations ultérieures : un remaniement du terroir aurait eu lieu à l'occasion de l'érection du Tricastin en *Colonia Flavia Tricastinorum* sous Domitien. "La Colonie de Valence en aurait profité, par exemple, pour recouvrer en grande partie, les terres qu'elle avait cédées sous Vespasien à la colonie d'Orange. Nous prétendons que les deux tiers de la plaine montilienne retournèrent à Valence, la bourgade d'Allan (oppidum Segovellaune) comprise ". (13).

Montage IV,2 ; figure 14 : dans cette région de la plaine de Montélimar, traversée par le Jabron, le Vermenon et le Roubion, c'est l'orientation du cadastre de Valence qui domine. Dans la zone de Montélimar l'axe structurant du carroyage est constitué d'une part par le tracé de la voie ferrée entre Châteauneuf-du-Rhône et les Blaches, et d'autre part, par la D.73 au Sud de la ville, que prolonge la N.7. au Nord. L'important carroyage au S.O. et à l'O. de la ville continue dans le secteur limité par le Rhône et le canal de dérivation ; cette orientation s'affirme aussi le long du Jabron et du Vermenon. A l'Ouest et au Nord de Montboucher sur Jabron, une série de chemins doublés parfois de limites de commune relie : ces rivières au Roubion.

(11) A. PIGANOL, p. 140 ; figure 13, p. 137 ; p. 239-240.

(12) A. PIGANOL, *oP*; *cit.*, p. 400.

(13) Cl. BOISSE, *Le Tricastin, Des origines à la chute de l'Empire Romain*, EPHE, Valence 1968, p. 81-82.

zone de Montélimar

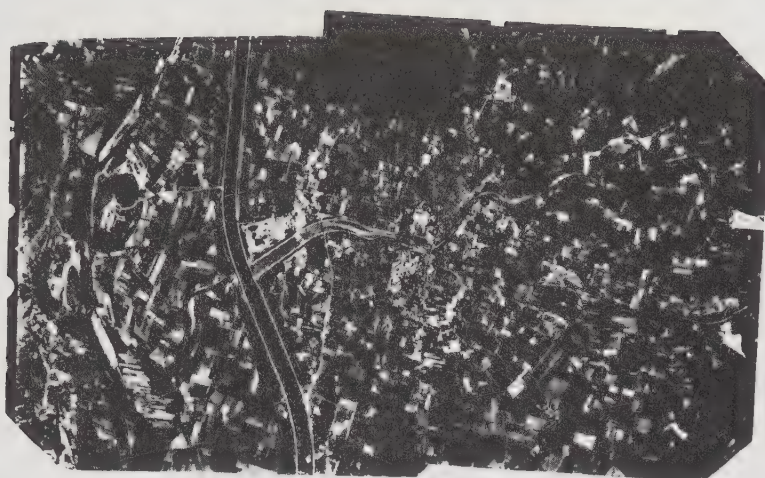


Figure 14

Montages IV,3 ; figure 15 et IV,4 ; figure 16 : la région située au Nord de Montélimar et la vallée du Roubion conservent aussi les traces de la centuriation de Valence. A signaler le réseau des chemins au Nord de l'aérodrome de Montélimar, entre Ancône et l'Homme-d'Armes, au Sud de La Laupie, dans le secteur de Bonlieu et St-Gervais-sur-Roubion, et au S.O. de Cléon-d'Audran (lieux-dits Audran).

Montage IV,5 ; figure 17 : si elle conserve des traces importantes de la centuriation de Valence (région de Marsanne, D.57, D.105 ; région de Cléon-d'Audran, D.113 entre la rivière L'Ancelle et les Preygains...), la plaine située au Nord du Roubion et traversée par l'Ancelle présente un autre type d'organisation du parcellaire, moins incliné vers l'Est que le cadastre de Valence, puisqu'orienté à 6-8° Est. Il reste donc à expliquer la présence de cet important carroyage, dont l'empreinte tend à dominer celle du cadastre de Valence.

Les territoires de Béziers et Narbonne

Montages V ; figure 18 : ils intéressent le territoire de Béziers, compris entre Bonjan/libron et Florensac au Nord, la voie domitienne à l'Ouest - étang de Montady, *oppidum* d'Ensérune, Etang de Capestang -, la Montagne de la Clape et l'Etang de Pissevaches au Sud.

Montages V,1 ; figure 19 et V,2 ; figure 20 : ils couvrent la région environnante de Béziers et le Nord-Est de la ville en direction de Marseillan. On y repère les traces d'un cadastre d'orientation franchement Nord-Sud, inclinée légèrement vers l'Ouest, suivant un angle faible de 1 à 2°. Un certain nombre d'axes structure encore aujourd'hui le parcellaire :

- un axe Est-Ouest, constitué par la route N.112 à partir de Villeneuve-Béziers et en direction de Vias, et dont le tracé se prolonge au lieu-dit L'Homme-Mort, sous forme de chemin jusqu'au Libron.

zone du Roubion

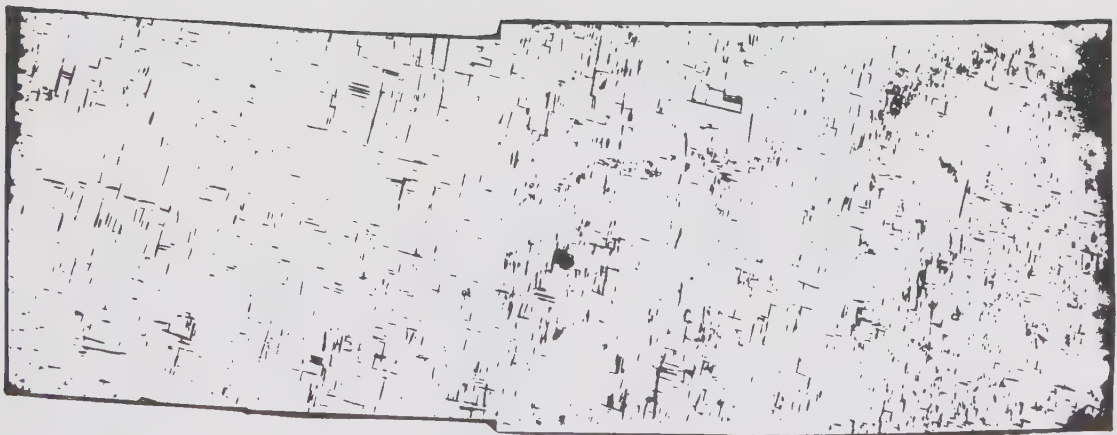
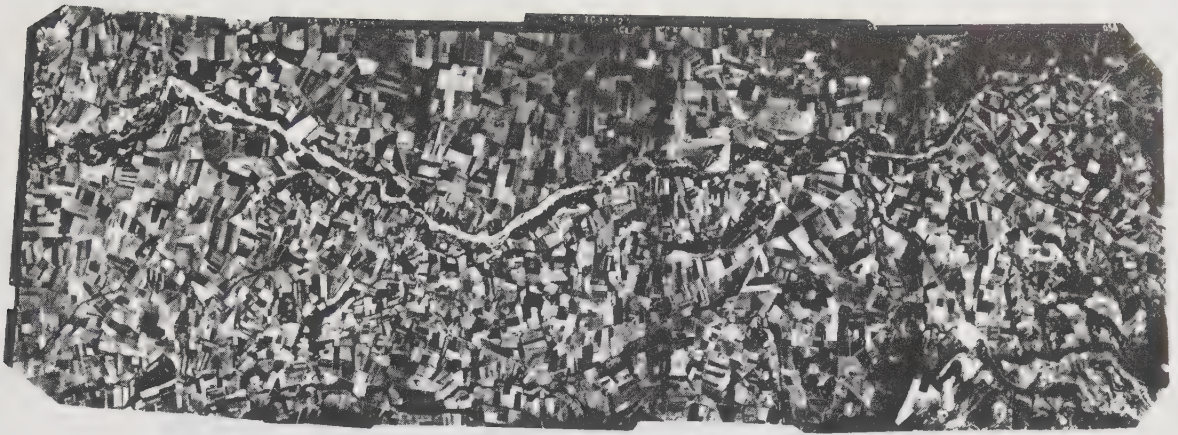


Figure 15

zone de Montélimar-Nord

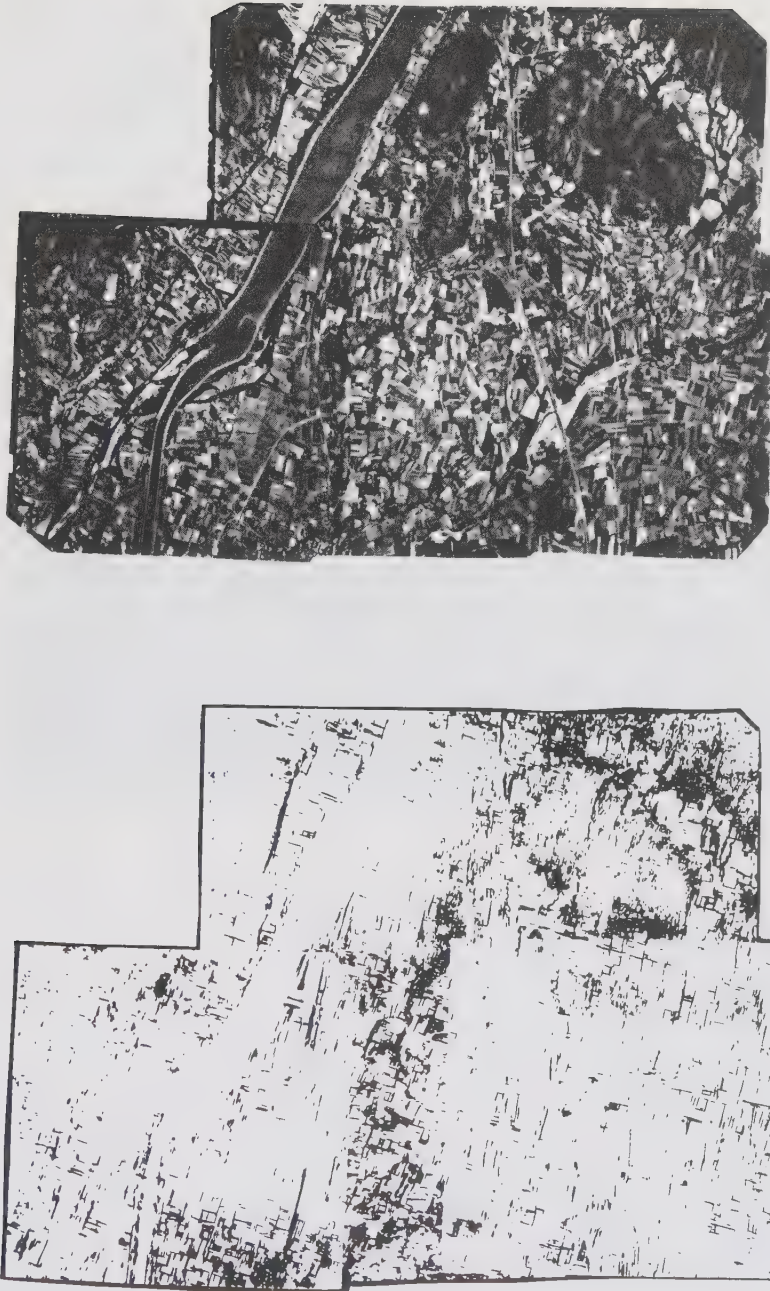


Figure 16

zone de Cléon-d'Andran

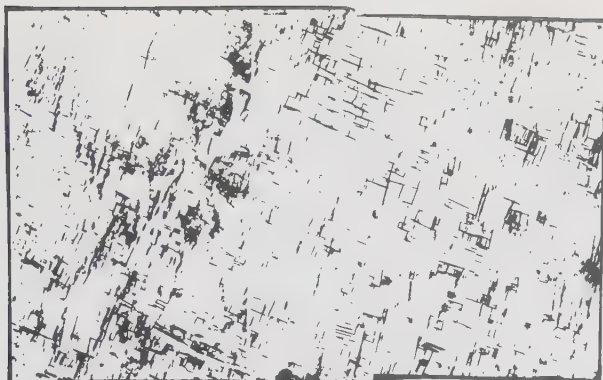


Figure 17

Carte de localisation V

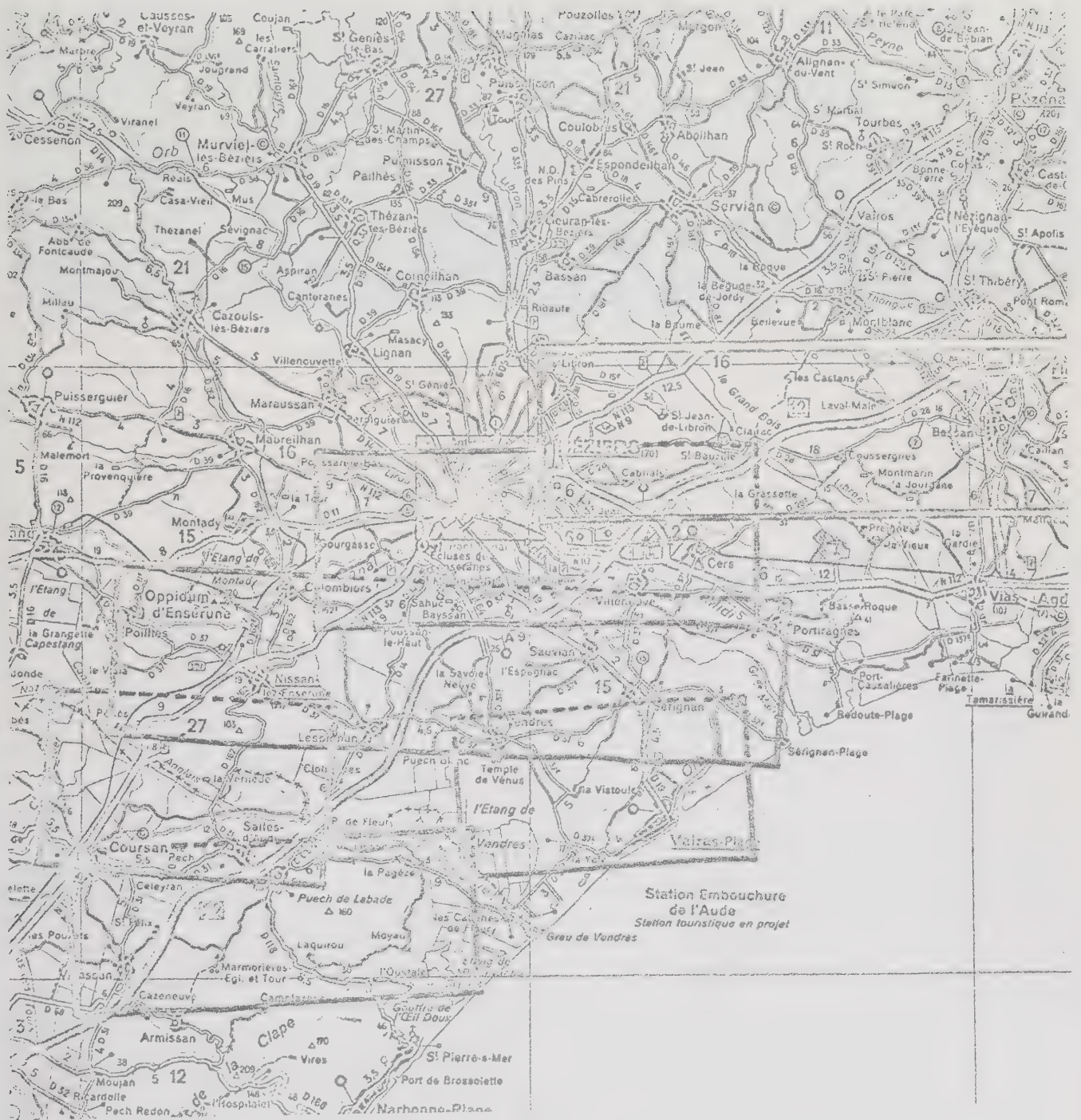


Figure 18

zone de Béziers-N-E

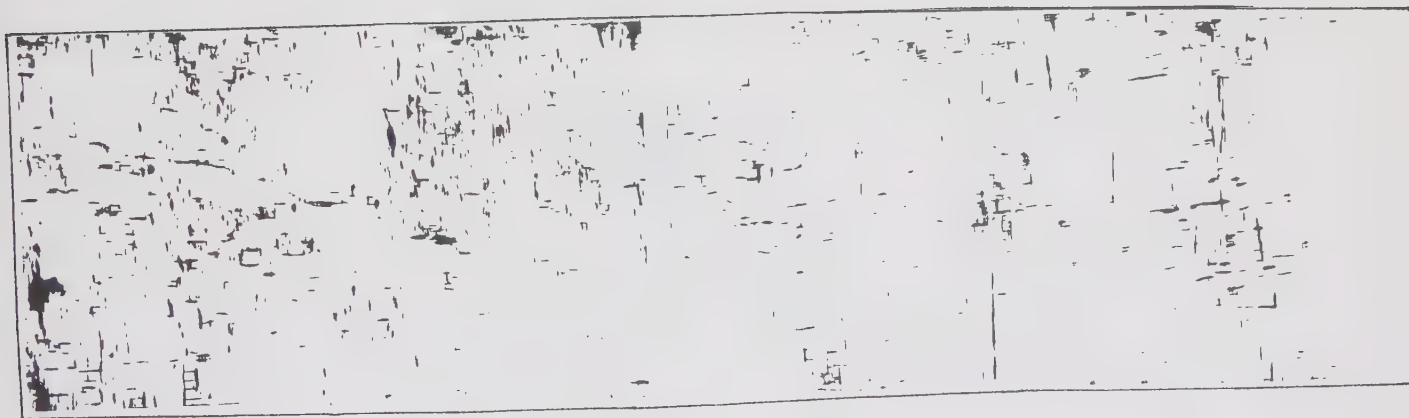


Figure 19

zone de Béziers

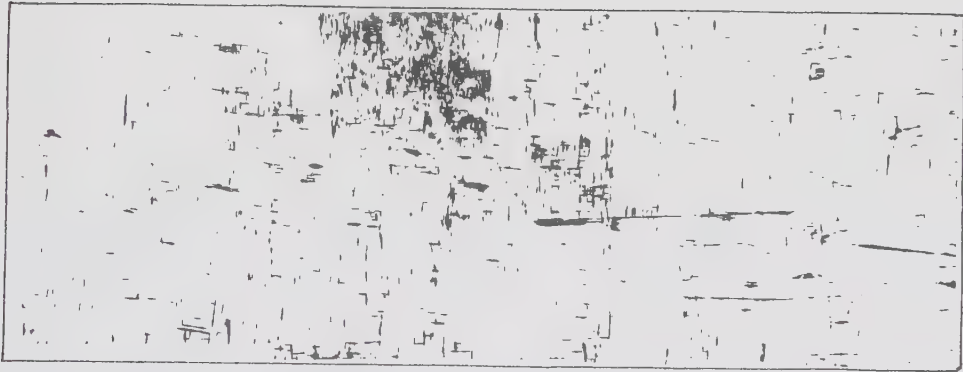


Figure 20

- Une série d'axes perpendiculaires :

. dans le secteur oriental, le tracé de la D. 137 au Sud de Bessan, puis au Sud de Vias, et le réseau de chemins et de routes qui dessinent un carroyage relativement dense au Sud de Florensac, dans la zone traversée du Nord au Sud par le ruisseau des Courredous, et s'étendant en direction de Marseillan (lieu-dit Les Prouilles) et de Pomerols (D. 161 E ; entre Florensac et La Grenatière).

. plus près de Béziers :

au nord de Portiragues, le chemin qui rejoint la Garrigue de la Portalière ;

plus à l'Ouest, à plus de 2100 m (= 3 x 710 m), un autre axe formé d'une suite de chemins et de petites routes, allant au lieu-dit Prade-Vieille (à l'Est de Villeneuve) au Puech de la Barale Nord, en abandonnant son aspect rectiligne uniquement pour traverser Cers ;

en continuant vers Béziers, au Nord-Ouest de Villeneuve, un autre axe, tout aussi rectiligne, entre la route N.112 et le domaine de Cabrials au Nord : il délimite tout un quadrillage structurant la zone comprise entre le canal du Midi, la ville de Béziers et la route reliant Cabrials à Béziers.

. au Sud-Ouest de Béziers : dans le triangle dessiné par l'Orb et le canal du Midi jusqu'à Colombiers, on relève aussi des éléments de quadrillage, la D.162 E à l'Est de Colombiers, les chemins qui se suivent entre le Faubourg (Béziers) et Bayssan, sur lesquels viennent se greffer des chemins perpendiculaires.

Cette orientation du parcellaire et des voies de communication, encore très présente dans certaines zones, est celle du cadastre de la cité de Béziers (14).

(14) Cf. M. GUY, Traces du cadastre romain de quelques colonies de Narbonnaise, *loc. cit.*, p. 222, pl. II et p. 224 ; M. CLAVEL-LEVEQUE, *Béziers...*, *op. cit.*, p. 207 sq. ; carte 7, p. 209 ; carte 16, p. 298.

Montage V,3 ; figure 21 et 22 : il s'agit de la région méridionale de Béziers, comprise entre Poiles à l'Ouest (Etang de Capeatang) et Sérignan-Plage à l'Est. Ici encore dominant les traces de la cadastration de Béziers :

a) - dans la partie orientale : entre Villeneuve-lès-Béziers et Sérignan, un chemin qui se prolonge au-delà de l'Orb, au Sud de Sérignan, dans la D.19. Parallèle à cette route, on note tout un réseau de chemins et petites routes, au Sud de Sérignan et Sauvian.

- au centre et dans la partie occidentale du montage 3 : une série d'axes verticaux rythment cette région ;

- au Nord de Vendres : le chemin reliant la D.37 E (Le Purgatoire) à la D.19 (St Martin-le-Vieux) ; le tracé parallèle de la D.37 E jusqu'au lieu-dit Fontvieille.

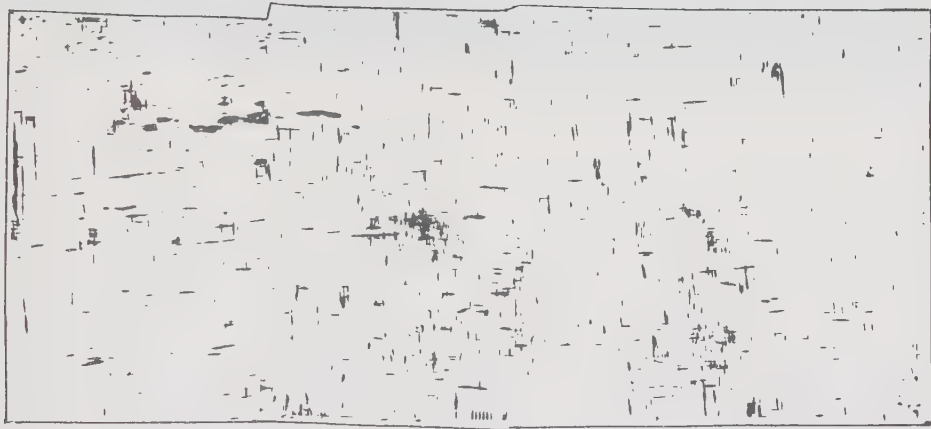
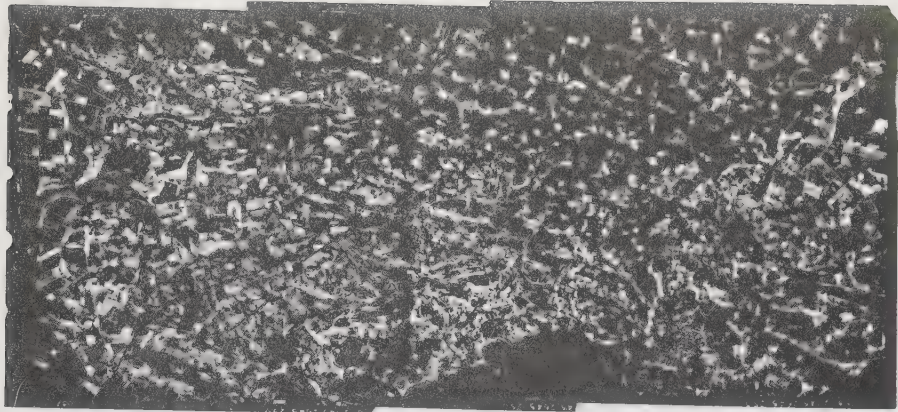
- les chemins situés entre La Martine (à l'Est de Colombiers) et Lespignan, au Sud de Lespignan, entre Le Malpas et l'Aude (route passant par Nissan-lez-Ensérune).

- au bord Est de l'Etang de Capeatang, le réseau des chemins parallèles, prolongé (voir *infra*) au Sud-Est en direction de Coursan par une petite route ; entre ce chemin et la route reliant Nissan à Colombiers, une série de chemins d'exploitation vient se greffer sur le canal du Midi.

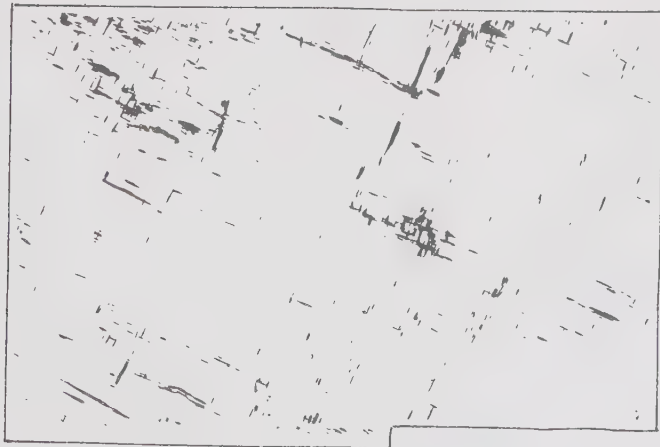
Il convient de signaler l'axe horizontal, constitué par un ensemble continu de routes et de chemins situé entre l'Etang de Capeatang et l'Ancien Four à Chaux (au Sud de Nissan) et que l'on retrouve de manière discontinue jusqu'au dessus de Vendres (lieux-dits La Vidalle, l'Hôpital, La Savoie Neuve, Brame Reilles...).

zone de Béziers-Sud

Partie ouest



a



b

Figure 21

zone de Béziers-Sud

Partie est

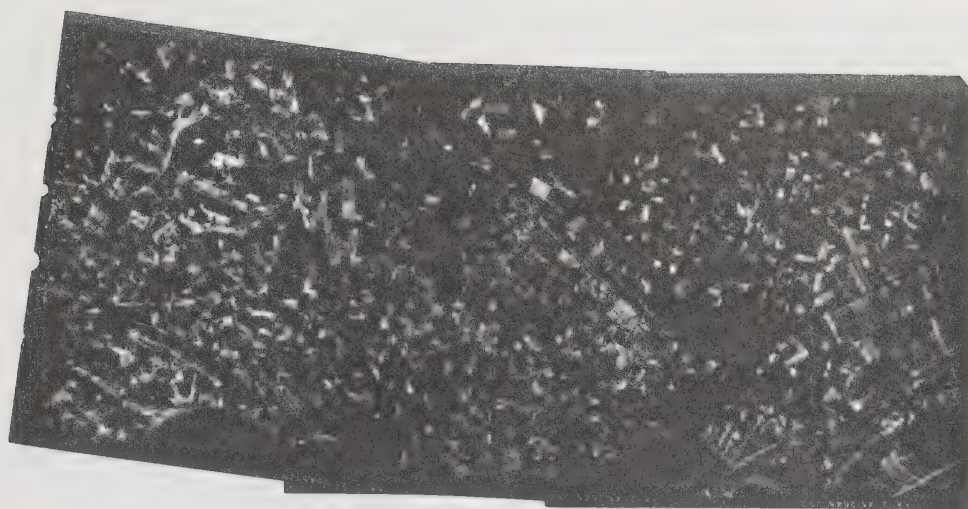


Figure 22

b) On voit aussi apparaître, dans la partie occidentale du montage (figure 38 : clichés 057, 059), une orientation nouvelle, comprise entre 23° et 21° et inclinée vers l'Est. Elle domine dans la région de Poilhes, de Nissan et de Colombiers : ainsi au Nord de Poilhes, le tracé de la D.11 E, se prolongeant sous forme de chemins jusqu'au niveau de Maureilhan, au Nord (15).

Peut-on considérer ces éléments comme les traces de la cadastration de Narbonne qui connaîtrait ici les limites extrêmes de son extension septentrionale ? Si on prend en compte les hypothèses de M. Clavel-Levêque (16), il pourrait s'agir là des traces fossiles de la centuriation originelle de Narbonne, seule colonie romaine dans cette région lors de sa fondation, et dotée en conséquence d'un vaste territoire, dont une partie sera ensuite attribuée à Béziers.

Montage V,4 ; figure 23 : il s'agit de la zone comprise entre l'Orb à l'Est et l'Etang de Vendres à l'Ouest, avec Sérignan au Nord (commentaire *supra* : Montage V,3) ; y domine l'orientation propre au cadastre de Béziers.

Montage V,5 ; figure 24 : il concerne la vallée de l'Aude au Sud de la butte de Nissan, avec les bourgades de Salles-d'Aude et de Coursan au Sud. On y voit s'interpénétrer le cadastre de Béziers (traces de quadrillage dans le secteur traversé par l'ancien lit de l'Aude et au Sud-Est de l'Etang de Capestang - entre la voie ferrée et le canal de la Noer -) et le cadastre de Narbonne avec pour axe le canal de la Noer, doublé des Vestiges de la voie domitienne, orienté à 19° Est, c'est-à-dire légèrement décalé par rapport à l'orientation dominante propre à Narbonne - 21,5° Est -).

(15) M. GUY, Centuriations de Narbonne, *Gallia*, XIII, 1955, p. 103-108, carte 2 p. 106. "On aperçoit bien des traces de quadrillages en d'autres points, mais elles restent extrêmement douteuses", p. 108.

(16) *op. cit.*, p. 216-218.

zone de l'Etang de Vendres

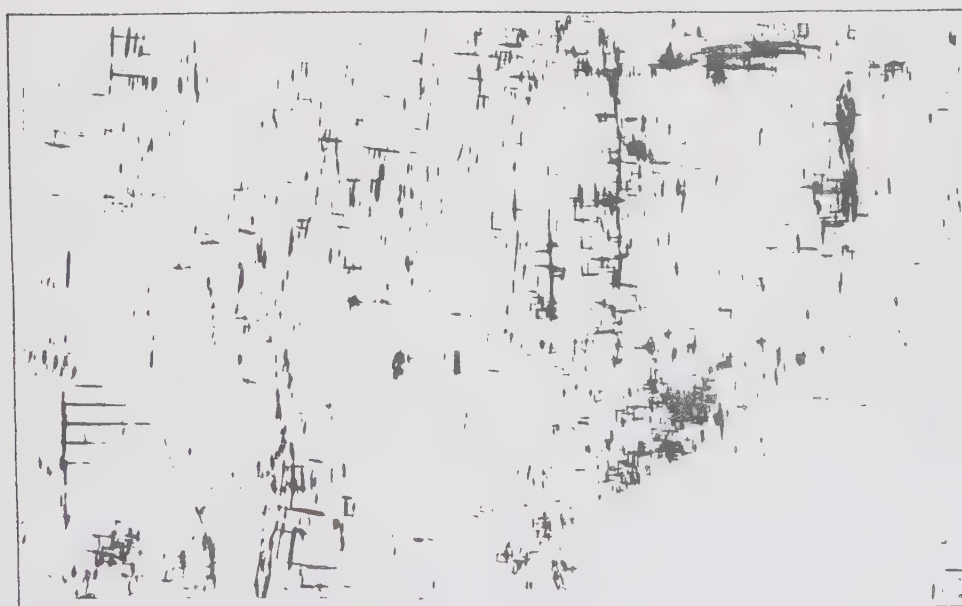
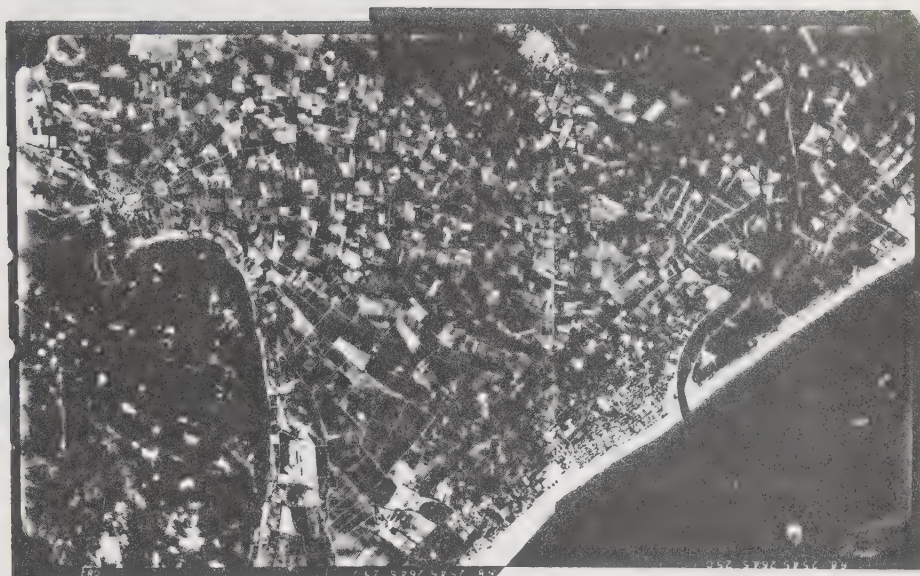


Figure 23

zone de l'Aude

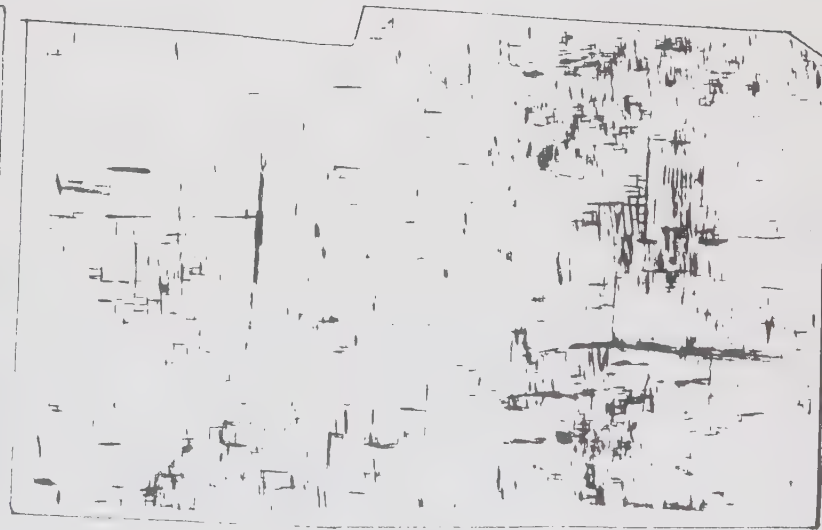
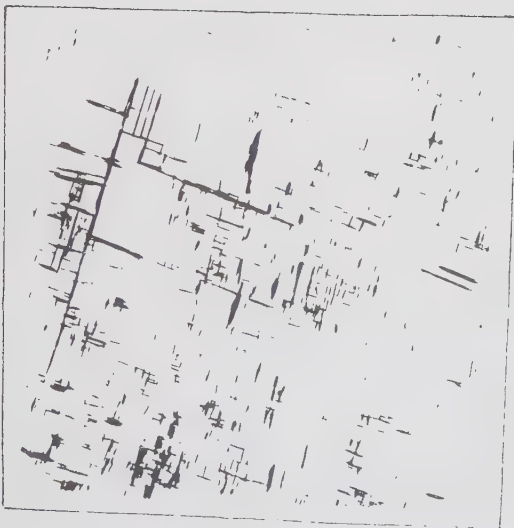


Figure 24

Montage V,6 ; figure 25 : située immédiatement au Sud de la région étudiée précédemment, cette zone est comprise entre l'Aude (au Nord) la Montagne de la Clape et le Puech de Labade (au Sud et Sud-Est). Les traces de la centuriation narbonnaise subsistent essentiellement au Sud de Coursan, notamment dans le réseau de petites voies routières, chemins ou petits canaux, situés entre Vinassan (au Sud) et Le Puech Celeyran (lieux-dits Les Mailleuls et Celeyran) : les canaux de Grand Vignes et de Sainte-Marie - au Sud de Coursan - sont plus relevés vers le Nord (11-12° E).

Montages VI ; figure 26 : dans la partie orientale, ils recouvrent en partie les montages précédemment analysés. Traversée par l'Aude et le canal du Midi, la région située au Sud-Ouest de la Quarante et de la Nazoure conservent les traces du cadastre de Narbonne d'une manière prédominante.

Montage VI, 1 ; figure 27, 28 : il met en valeur le contact entre les deux centuriations (17) ;

a) le cadastre de Béziers se manifeste selon deux axes verticaux importants : l'un sur la bordure orientale de l'Etang de Capeatang, dans une suite de chemins, allant du Sud-Est de Capeatang (lieu-dit Cammoure) à Coursan (lieux-dits Les Triangles et l'Hôpital) - un autre axe plus à l'Ouest, part à l'Ouest de Capeatang (lieu-dit l'Aguillon), franchit le canal du Midi, passe à l'Est de la ferme Aureille, franchit la Nazoure, continue entre le château de Rabes et Aubion pour aboutir aux Garrigots ; signalons la route perpendiculaire entre les Garrigots et Rabes-. S'y ajoute, visible en partie sur les clichés, la D.16 qui part de Capeatang pour rejoindre, au Nord, Puisserguier.

(17) Cf. figure 43 bis, la zone située au pied de la butte de Nissan, avec le tracé oblique N.-N.E./S.-S.O. de la voie domitienne au Nord.

zone de Narbonne N-E

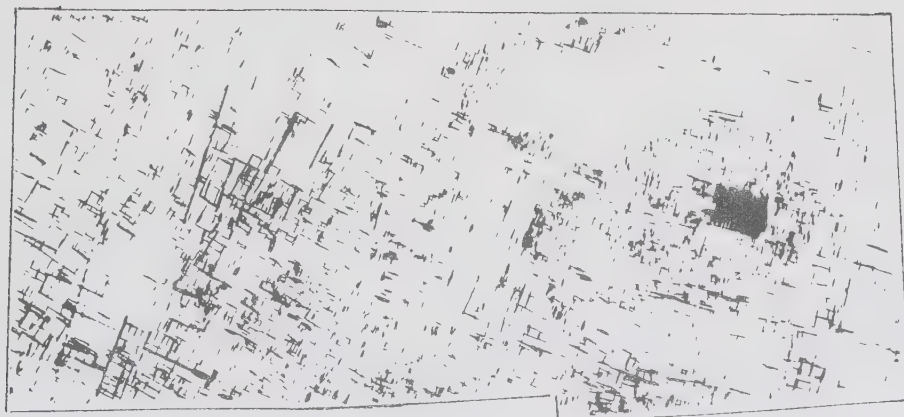


Figure 25

Carte de localisation VI

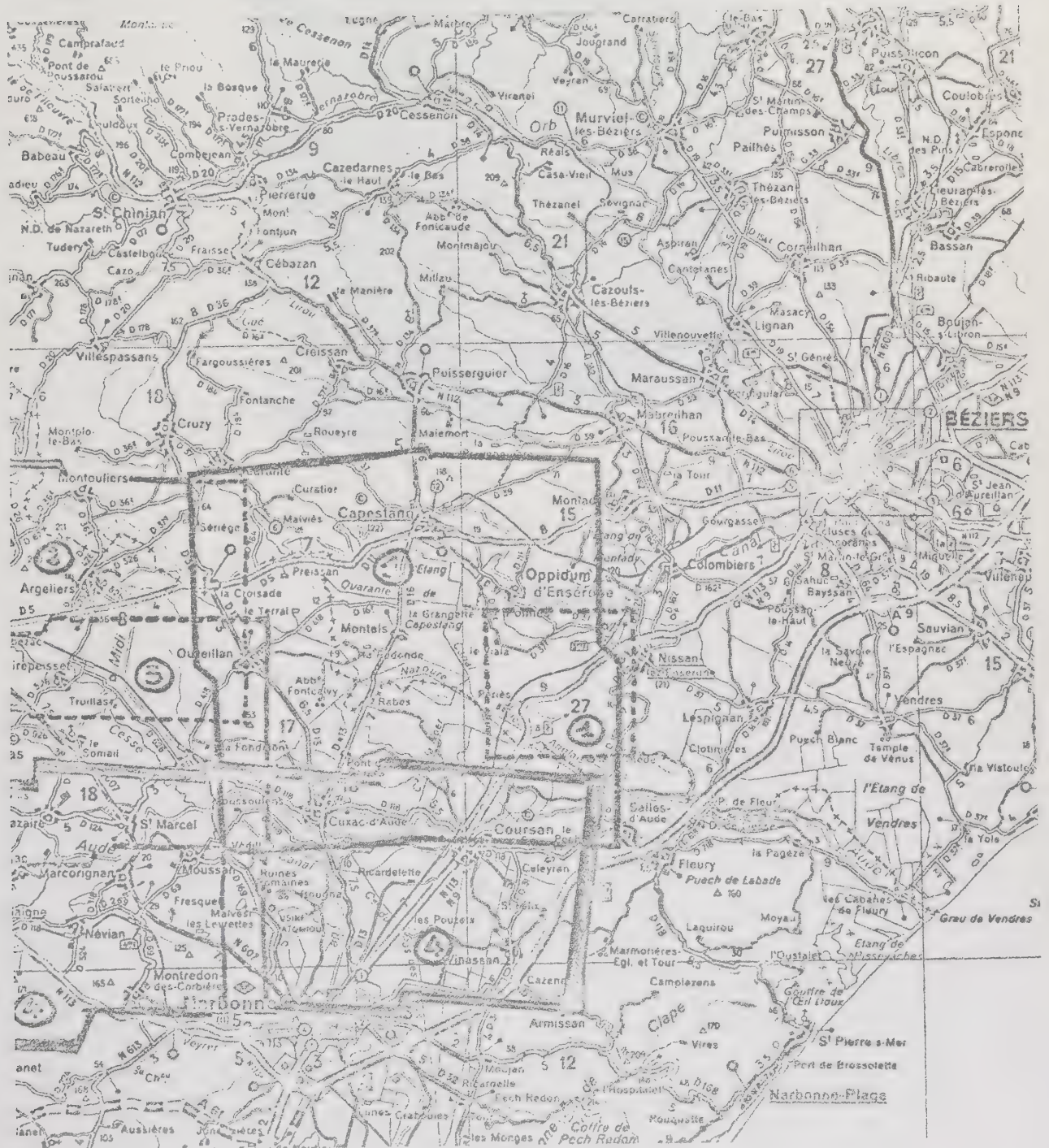


Figure 26

zone de Capestang

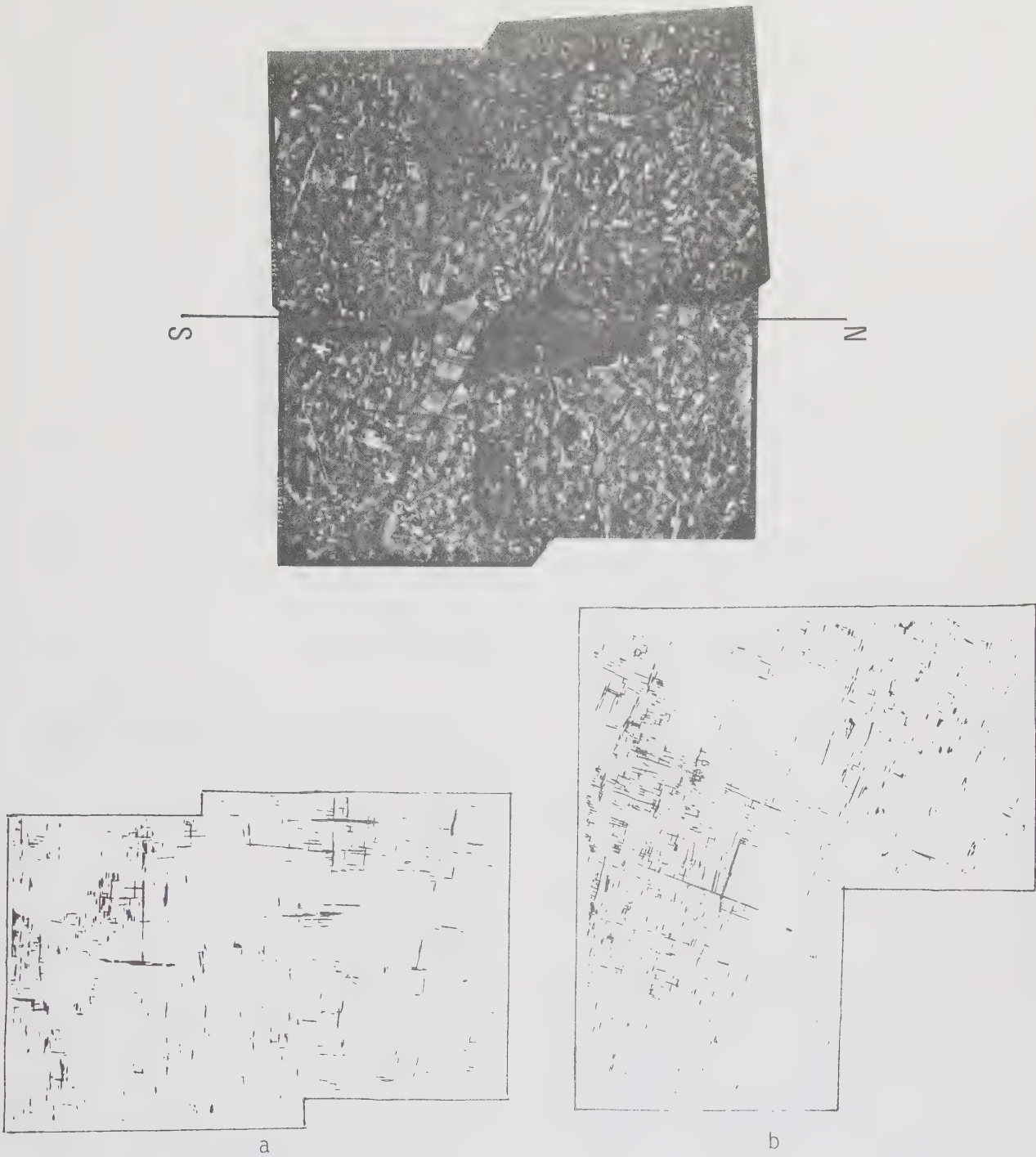


Figure 27

zone de Capestang

cliché aérien

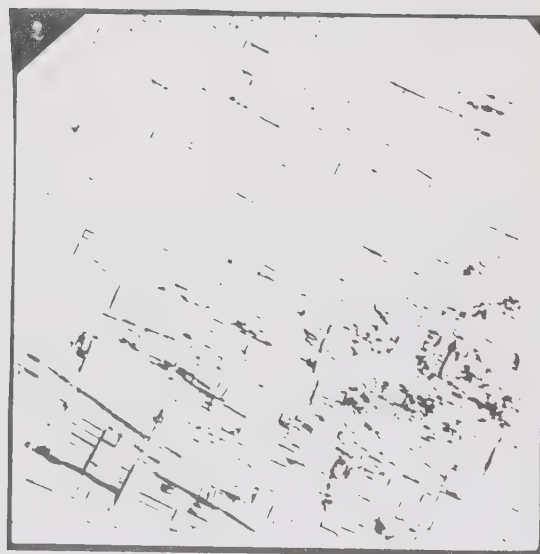
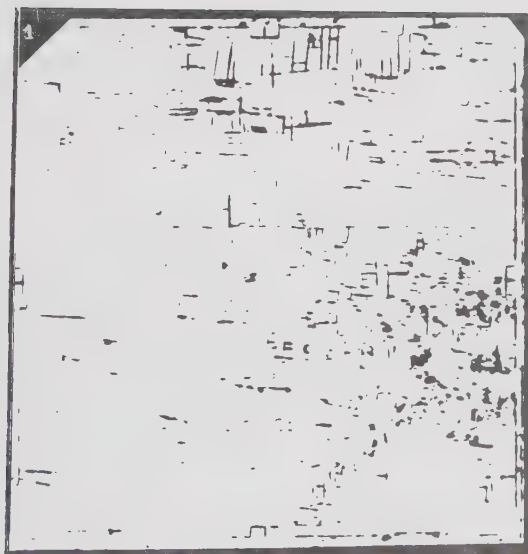


Figure 28

b) Dans la moitié Sud-Ouest du montage domine l'orientation propre à la colonie de Narbonne avec comme axes principaux, le canal de la Noer-voie domitienne à droite et la D.413 reliant Cuxax d'Aude à la Nazoure, à gauche (21,5° E.).

Montage VI,2 ; figure 29 : située à l'Est de Capestang, et traversée par le canal du Midi, cette région conserve, dans sa partie méridionale (au Sud d'Argeliers, dans la zone des garrigues : Garrigues d'Argeliers, de Taillesang, de Truillas...) des traces de la centuriation narbonnaise, jusqu'aux abords d'Ouveillan (S.E. du montage) ; le réseau rural est incliné à environ 20° E.

Montage VI,3 ; figure 30 : c'est l'orientation que l'on retrouve dans la région située entre Ouveillan (N.E.) et l'Aude, et traversé par la Cesse : le réseau rural en conserve en effet d'importantes traces dans les environs de St Nazaire, d'Aude et de St Marcel, de Mirepeisset plus au Nord et entre Sallèles-d'Aude et Ouveillan à l'Est.

Montage VI,4 ; figure 31-32 : dans la région septentrionale de Narbonne traversée par l'Aude (au nord), l'Orbieu (à l'Ouest) et le canal de la Robine (à l'Est), domine la centuriation de Narbonne, avec une forte densité des traces dans le triangle dessiné par l'Aude et l'Orbieu (Canet, Raissac, Villedaine) et dans le secteur traversé par la voie domitienne (entre Narbonne et Coursan).

zone d'Argeliers

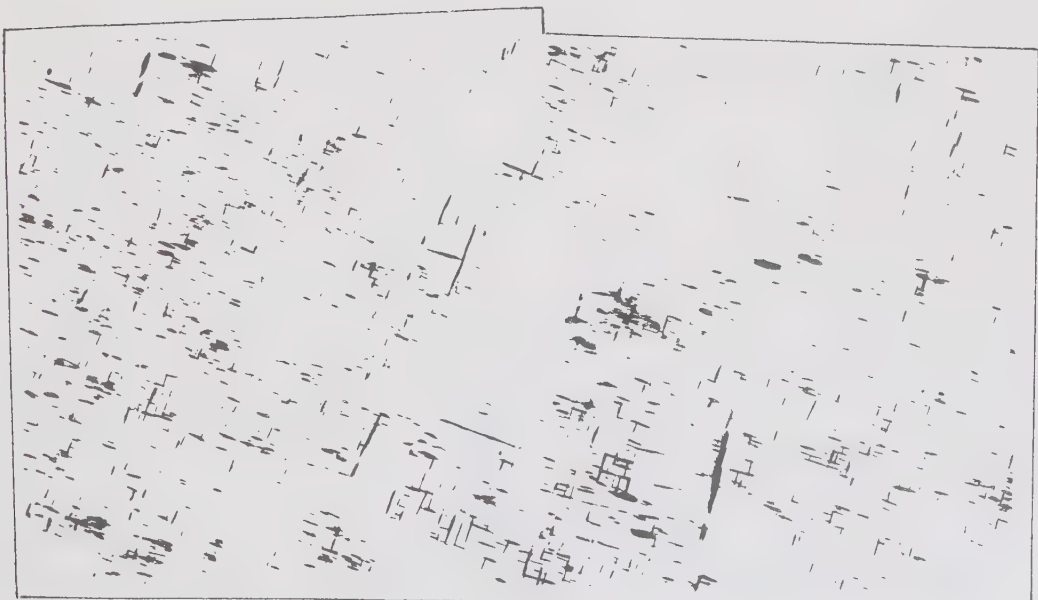
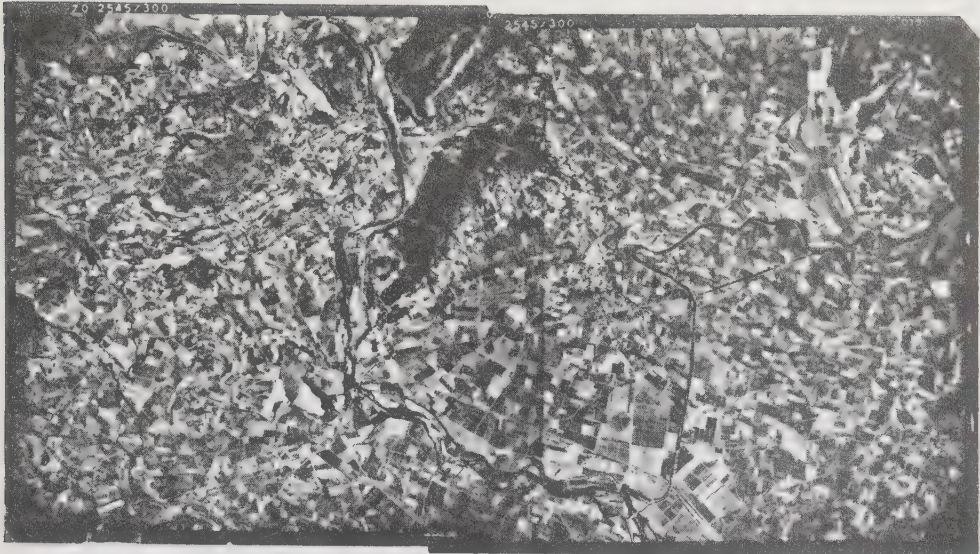


Figure 29

zone de Ginestas

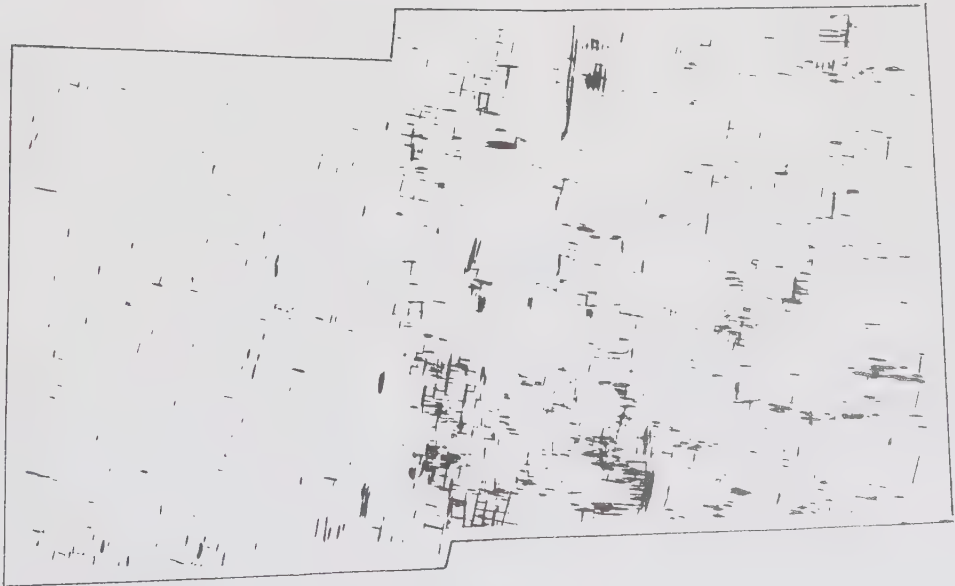
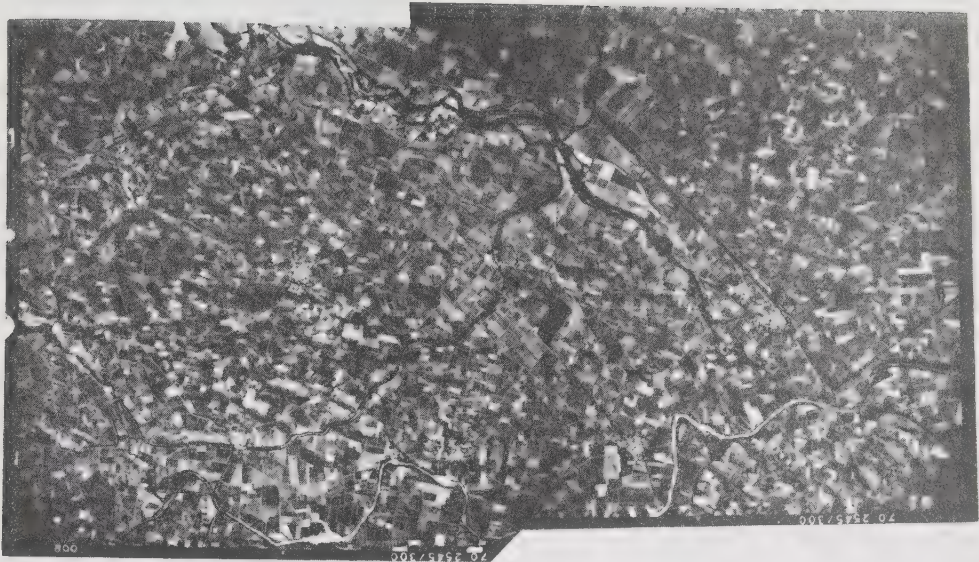


Figure 30

zone de Narbonne N.-0.

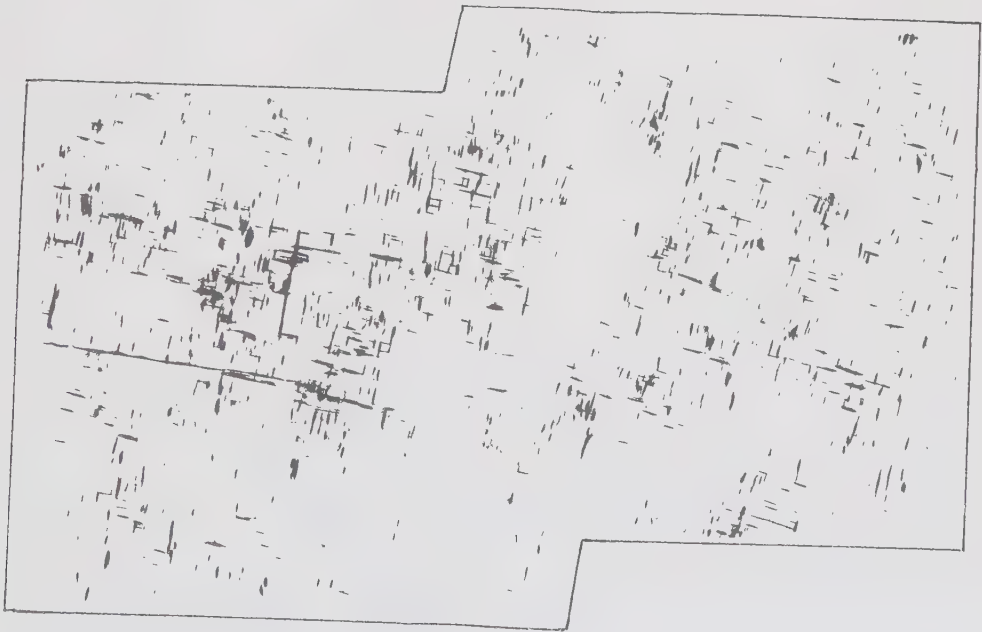


Figure 31

zone de Narbonne N.-E.



Figure 32

CONCLUSION

Comme cela a été souligné au début de ce rapport, le relevé systématique des centuriations romaines de Tunisie, grâce à l'utilisation des couvertures aériennes, et la publication commentée des documents cadastraux de la colonie d'Orange ont contribué à faire progresser considérablement les travaux historiques sur les cadastres fossiles ainsi que notre connaissance du rôle et du fonctionnement de ce système d'organisation géométrique d'un territoire. Notre objectif, dans cette expérience, vise à promouvoir un mode de décryptage et de lecture des clichés aériens, là où le cadastre fossile est très dégradé et ne subsiste dans le parcellaire que de manière très diffuse. Il était donc intéressant de tenter de retrouver les rares témoins de la présence des cadastres d'Orange, dont l'extension et l'orientation nous sont connues grâce aux travaux de J. Sautel et A. Piganiol. Il a été possible grâce au filtrage optique de mettre en valeur les éléments d'une organisation régulière du parcellaire, correspondant aux deux orientations propres aux cadastres d'Orange. On a pu de même faire apparaître l'extension de la centuriation de Valence dans sa partie méridionale (bassin de Montélimar, plaine du Roubion), et étudier certaines zones de la cadastration de Béziers et de Narbonne. Il convient de signaler que de nombreux sondages doivent être encore effectués, et que l'expérience continue avec la documentation acquise jusqu'en juin 1976.

L'efficacité de la méthode dépend en effet de la qualité des photographies aériennes étudiées ; on a pu ainsi vérifier la nécessité de clichés très contrastés pour bénéficier au maximum des possibilités offertes par le filtrage optique, en comparant les filtrages obtenus d'après les clichés - très contrastés - utilisés par M. Clavel-Lévêque et les filtrages des clichés commandés ensuite à l'Institut Géographique National et beaucoup moins contrastés. Ces caractéristiques propres au document utilisé contraignent les historiens et les physiciens à des vérifications, à de nouveaux sondages et à des opérations plus nombreuses au cours de la prise de vue et du développement des photographies.

De plus, nous nous sommes particulièrement attachés à étudier les zones de contact entre les cadastres différemment orientés, afin de poser la problématique de l'interpénétration ou de la superposition de cadastres successifs : c'est se donner les moyens de comprendre comment s'est réalisée la constitution du territoire d'une nouvelle colonie au détriment d'anciennes, comment et pourquoi une colonie se donne plusieurs cadastres successifs. Dans ce but et pour étudier des zones complexes, les physiciens ont élaboré une méthode faisant appel au traitement mathématique des données optiques.

La mise en valeur d'un découpage suivant des directions orthogonales ne suffit pas pour conclure à la présence d'un cadastre fossile antique, qui expliquerait la structure dominante du paysage. La tâche de l'historien ne fait que commencer et le filtrage optique n'est qu'un moyen privilégié pour obtenir rapidement les éléments d'information contenus dans une photographie aérienne (18). Les caractéristiques techniques des photographies aériennes (différences notables d'échelle entre clichés d'une même mission, de plus, rarement orienté N.-S), nécessitent la confrontation permanente de cette information et des données cartographiques, tant pour l'orientation des éléments révélés par le filtrage, que pour leur signification (routes, chemins, voies ferrées, canaux, ruisseaux, rivières, etc...). C'est aussi l'examen de la carte d'Etat-Major qui permet de vérifier la présence des rythmes caractéristiques de la centuriation romaine (710 m, sous-multiples ou multiples) quand ils existent encore.

Il reste que ce travail de vérification doit ensuite se compléter d'une recherche faisant intervenir la toponymie, la datation des structures rurales, la répartition de l'habitat, les données archéologiques (présence de ruines, réseau routier romain et la place qu'il occupe dans la cadastration, l'épigraphie pour apprécier l'extension d'une cité, etc...).

Parce qu'elle offre les moyens de déterminer rapidement les orientations d'un parcellaire et son mode d'organisation et de traiter un nombre considérable de clichés, la méthode de reconnaissance des formes constitue pour l'historien un outil efficace pour étudier les traces de cadastres antiques dans des régions

(18) C'est dire tout l'intérêt que cette méthode présente pour les spécialistes de géographie rurale et urbaine. Cf. R. CHEVALLIER, A. FONTANEL, G. GRAU M. GUY, *loc. cit.*, p. 13, sq (filtrage optique appliqué à l'urbanisme).

où ce type de structure agraire n'apparaît plus de manière évidente.

L'expérience menée dans le cadre de l'ATP concerne uniquement certains secteurs de la Gaule méridionale, présentant au départ un intérêt en fonction des découvertes archéologiques importantes et des analyses déjà assurées de manière empirique.

Mais il est possible d'envisager une extension du champ -géographique et historique - où peut s'appliquer ce type d'investigation.

Il serait important pour l'histoire économique et sociale de l'Antiquité de faire apparaître l'organisation agraire de certaines cités ou régions, où le contexte historique nous conduit à envisager un mode de répartition "régulier de la terre" :

- ainsi en Grèce continentale, le problème de l'époque mycénienne avec le cas de Pylos ; le cas de Sparte et de la plaine de Laconie.

- l'intérêt de cette méthode apparaît clairement pour étudier le cas des implantations coloniales grecques - puis romaines - en Sicile, en Italie méridionale, mais aussi en Gaule méridionale, dans les régions de Marseille, Antibes, ou Arles, où de nombreux témoignages - tant littéraires qu'archéologiques - attestent l'importance de la colonisation grecque (19).

- elle peut ouvrir des perspectives aux chercheurs qui s'interrogent sur l'existence d'un arpentage romain dans certains secteurs du territoire gallo-romain situé au-delà des limites de l'ancienne Narbonnaise (voir *Supra*).

C'est dire l'ampleur des questions d'ordre économique et social qui pourraient trouver un début de réponse dans la découverte des traces de cadastres fossiles grâce à cette méthode (20).

(19) Cf. l'exemple de Métaponte, en Italie, étudié par le C¹ SCHMIEDT et R. CHEVALLIER, *Photo-Interprétation*, n° 2, 1962, 9 ; l'analyse des cadastres hellénistiques en Bactriane, dans le cadre de l'URA n° 10 du Centre de Recherches Archéologiques (CNRS), par J.Cl. GARDIN et P. GENTELLE.

(20) Cf. le plaidoyer de R. CHEVALLIER dans *L'avion à la découverte du passé*, Paris 1964, p. 128 sq. : "Toute la mise en valeur et l'exploitation du monde romain ont ainsi reposé pendant plusieurs siècles sur le système de la centuriation où la minutie dans l'application se combine avec la grandeur des vues d'ensemble. C'est pourquoi la reconstitution et l'interprétation du cadastre, le meilleur instrument de la romanisation, qui fournit le seul cadre valable où insérer les découvertes archéologiques fortuites et sporadiques, permettent de situer dans leur contexte matériel les grandes étapes de la colonisation des provinces, de mieux comprendre l'existence de terroirs dans leur continuité car, fait notable, le cadastre antique a survécu très longtemps, sans même que l'on s'en doute, p. 134.

Jury : MM. J.Ch. Viénot Président

P. Lévêque

S. Lowenthal Examineurs

G.E. Lowitz

J. Duvernoy

Vu et permis d'imprimer

Pour le Président de l'Université

Le Doyen de la Faculté des Sciences et des Techniques

L. GALATRY

Besançon, le Septembre 1977

